

Série 2- Corrigé**1 mars 2010****Photométrie I****Exercice 1 – Loi de Newton sur le rayonnement.**

- a) D'après la loi de Stefan, le bilan énergétique pendant dt s'écrit $\delta Q = S\sigma(T_e^4 - T^4)dt$

$$\text{Par ailleurs } (T_e^4 - T^4) = (T_e^2 - T^2)(T_e^2 + T^2) = (T_e - T)(T_e + T)(T_e^2 + T^2) \approx (T_e - T)4T_e^3$$

$$\delta Q = KS(T_e - T)dt \text{ avec } K = 4\sigma T_e^3.$$

- b) $mc_v dT = \delta Q = KS(T_e - T)dt$

$$d^3 \text{ où } dt = mc_v / KS \times 1 / (T_e - T) \times dT$$

$$\text{en intégrant on trouve } \tau = mc_v / (4\sigma T_e^3 S) \times \ln((T_e - T_1) / (T_e - T_2))$$

Exercice 2 – Rayonnement d'une sphère en expansion.

- a) Le bilan énergétique du premier principe de la thermodynamique donne :

$$dU = \delta W_t = -pdV \text{ soit } d(4\pi R^3 W/3) = -W/3 d(4\pi R^3/3) \text{ avec } \delta W_t \text{ le travail élémentaire}$$

$$\text{comme } d(R^3 W) = R^3 dW + 3WR^2 dR \text{ on en déduit :}$$

$$dW/W = -4dR/R$$

$$\text{ce qui donne en intégrant : } \ln W = \ln(1/R^4) + \text{cte} \text{ et donc } W = \text{Cte}/R^4$$

$$\text{par ailleurs } W = (4/c) \times \sigma T^4 \text{ donc } T = \text{Cte}/R$$

Ainsi, la température T associée au rayonnement diminue au fur et à mesure que le rayon R augmente.

- b) Soit R_e le rayon de la sphère lorsque $T = T_e$. Le rapport d'expansion de l'univers R/R_e est donné par :

$$R/R_e = T_e/T \approx 1100$$

Exercice 6 – Cryostat à hélium.

- a) On a affaire à un transfert thermique de type radiatif du fait du vide entre les deux enceintes.
- b) Le rayonnement extérieur fournit de la chaleur à l'hélium qui par conséquent s'évapore par le tube. Sans ce tube la pression deviendrait énorme au cours du temps. Le bilan énergétique s'écrit :

$$\text{Chaleur fournie à l'hélium pendant } dt = \delta Q/dt = \sigma T_{\text{amb}}^4 (4\pi R_2^2) - \sigma T_{\text{He}}^4 (4\pi R_1^2)$$

La chaleur latente d'évaporation correspond à la quantité d'énergie nécessaire pour évaporer une mole d'hélium. La masse d'hélium évaporée pendant $\tau=1\text{h}$ est donc :

$$m_{\text{He}} = (M_{\text{He}}/L) \delta Q = (4\pi \sigma M_{\text{He}}/L) (T_{\text{amb}}^4 R_2^2 - T_{\text{He}}^4 R_1^2) \tau$$

$$\delta Q = 4\pi * 5.67 \cdot 10^{-8} * ((293)^4 (6 \cdot 10^{-2})^2 - (4.2)^4 (3 \cdot 10^{-2})^2) \approx 18.9 \text{ W}$$

$$m_{\text{He}} = 18.9 * (4/82) * 3600 \approx 3.3 \text{ kg}$$

- c) La chaleur fournie à l'hélium pendant dt devient : $\delta Q/dt = \sigma T_{\text{N}_2}^4 (4\pi R^2) - \sigma T_{\text{He}}^4 (4\pi R_1^2)$

En prenant $R \approx R_1$ qui est l'optimum pour évaporer le moins d'hélium, on obtient :

$$\delta Q/dt \approx \sigma (T_{\text{N}_2}^4 - T_{\text{He}}^4) (4\pi R_1^2) \approx 0.022 \text{ W}$$

D'où pendant 1h : $m_{\text{He}} = 4 \text{ g}$

La chaleur reçue par l'azote liquide est $\delta Q/dt \approx 18.88 \text{ W}$. La chaleur latente de vaporisation de l'azote est 198.4 J/g , i.e. environ 10 fois plus grande que celle de l'hélium ($82/4=20.5 \text{ J/g}$). La masse évaporée est donc 10 fois plus petite. Par ailleurs le prix de l'azote liquide (environ 5 centimes d'euro par litre) est environ 50 fois moins cher que celui de l'hélium liquide. On comprend ainsi l'intérêt d'utiliser le réservoir d'azote intermédiaire.