

Chapitre 6 : Lasers

Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

Bibliographie :

Fundamentals of photonics / B.E.A. Saleh et M.C. Tech, en anglais
Optoélectronique / E. Rosencher et B. Vinter, en français
Lasers and electro-optics / C.C. Davis, en anglais
Principle of optics / M. Born et E. Wolf, en anglais
Lasers / Milonni et Eberly, en anglais

Note: certaines des figures du chapitre ont été copiées ou inspirées de ces références.

Deux pages d'histoire

Préliminaires



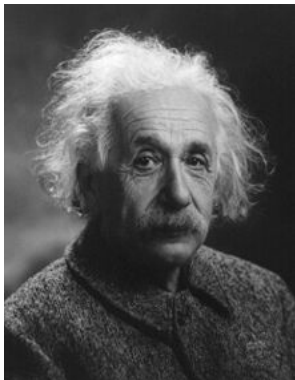
Alfred Perot 1863-1925
Interféromètre Fabry-Perot.



Charles Fabry 1867-1945
Interféromètre Fabry-Perot.



Tingye Li 厉鼎毅
né en 1931
Cavités laser et stabilité (avec A.
Gardner Fox).



Albert Einstein 1879-1955
Emission stimulée.



Alfred Kastler 1902-1984
Interaction matière-rayonnement,
pompage optique, détection
optique de la résonance
magnétique.



Willis Lamb 1913-2008
Première démonstration
expérimentale de l'émission
stimulée

Laser



Aleksandr Prokhorov
Алекса́ндр Про́хоров
1916-2002

Premier maser continu, laser.



Nikolay Basov
Никола́й Ба́сов
1922-2001

Premier maser continu.



Charles Townes né en 1915
Premier maser, laser, spectroscopie laser.



Arthur Schawlow 1921-1999
Laser, spectroscopie laser.



Theodore Maiman
1927-2007
Premier laser (rubis).



Gordon Gould 1920-2005
Inventeur du laser (contesté).



Ali Javan علی جوان
né en 1926
Premier laser à gaz (He-Ne).

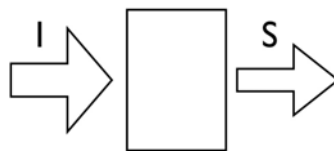


William Bennett 1930-2008
Premier laser à gaz (He-Ne), lasers à gaz (Ar).

Un laser est constitué de trois ingrédients essentiels : un milieu amplificateur fournissant du gain optique, une source d'énergie et un résonateur optique. Historiquement, l'usage d'un résonateur optique pour fournir la contre-réaction positive nécessaire (ou bien atteindre plus d'un photon par mode dans un langage d'équation de bilan) n'est apparue que tardivement. Même si elle n'est pas à strictement parler indispensable (exemple des lasers à rétroaction distribuée), c'est de loin la configuration la plus commune et la plus pratique pour introduire l'effet laser. Nous allons d'abord étudier ces deux objets séparément avant de les combiner ensemble pour arriver à l'effet laser proprement dit.

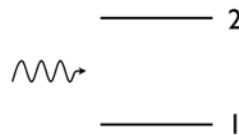
6.1 Amplificateur optique.

Dans un milieu absorbant la transmission T est toujours comprise entre 0 et 1, $0 \leq T = \frac{S}{I} \leq 1$



Transmission d'un système optique.

Est il possible en utilisant l'émission stimulée d'obtenir des systèmes où $T > 1$? Considérons le système de N atomes à deux niveaux E_1 et E_2 , peuplés avec N_1 et N_2 ($N = N_1 + N_2$) atomes et irradiés par un flux ϕ_i (nombre de photons par unité de surface et de temps), résonant dont la pulsation est $\hbar\omega_\phi = E_2 - E_1$. Les transitions optiques qui peuvent avoir lieu sont :



Système à deux niveaux.

L'absorption	$W_{abs} = -N_1\phi_i\sigma(\nu)$
L'émission spontanée	$W_{sp} = \frac{N_2}{\tau_{sp}}$
L'émission stimulée	$W_{st} = N_2\phi_i\sigma(\nu)$

L'émission spontanée n'est pas proportionnelle à ϕ_i , elle n'introduit qu'une valeur continue.

L'intensité lumineuse en sortie vaut (avec S la section du flux lumineux) :

$$I_s = S\phi_s = S\phi_i + W_{abs} + W_{st} + W_{sp}$$

Pour une variation $\Delta\phi_i$ du flux incident :

$$S\Delta\phi_s = S\Delta\phi_i + \Delta W_{abs} + \Delta W_{st}$$

et le flux lumineux en traversant le milieu a varié de

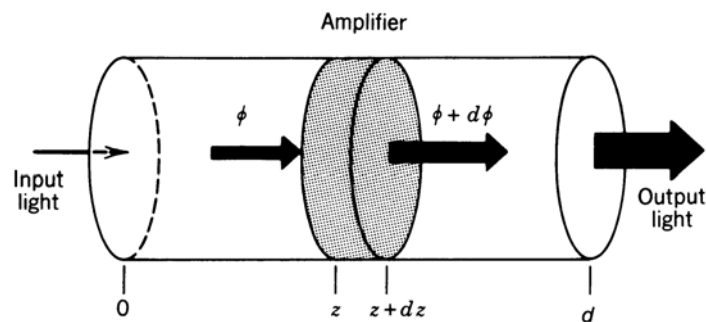
$$S\Delta\phi = S\Delta\phi_s - S\Delta\phi_i = N_2\Delta\phi_i\sigma(\nu) - N_1\Delta\phi_i\sigma(\nu) = (N_2 - N_1)\sigma(\nu)\Delta\phi_i$$

dont le signe dépend des valeurs relatives de N_2 et N_1 .

$N_2 < N_1$	$\Delta\phi < 0$	Absorption
$N_2 = N_1$	$\Delta\phi = 0$	Transparent
$N_2 > N_1$	$\Delta\phi > 0$	Gain

La condition $N_2 > N_1$ signifie qu'il y a plus d'atomes dans l'état excité que dans l'état fondamental. Cette condition est appelée *inversion de population* et est une condition suffisante à la création de gain ou d'amplification optique.

Note : Si à l'équilibre le niveau 1 est complètement peuplé et 2 vide, l'absorption vaut $\Delta\phi_{abs}^{max} = (N_2 - N_1)\sigma(\nu)\Delta\phi_i = -N_1\sigma(\nu)\Delta\phi_i$ et le gain maximum est obtenu pour le niveau 1 vide et 2 rempli : $\Delta\phi_{gain}^{max} = (N_2 - N_1)\sigma(\nu)\Delta\phi_i = N_2\sigma(\nu)\Delta\phi_i$. Dans un système à deux niveaux, ou plus généralement si la densité d'état des niveaux 1 et 2 est identique ($N_1 + N_2 = Cst = N_{at}$), le gain maximum est égal en valeur absolue à l'absorption maximale $\Delta\phi_{gain}^{max} = -\Delta\phi_{abs}^{max}$.



Milieu amplificateur d'épaisseur finie.

Dans un milieu amplificateur d'épaisseur finie, la variation du flux pour une tranche d'épaisseur dz est :

$$d\phi = (N_2 - N_1)\sigma(\nu)\phi_i(z)dz$$

où ϕ est toujours un flux, mais maintenant les N sont des densités par unité de volume, constantes dans le milieu amplificateur. La solution est triviale :

$$\phi(z) = \phi_0 e^{(N_2 - N_1)\sigma(\nu)z} = \phi_0 e^{\gamma z}$$

où γ est le gain du milieu amplificateur et $G = e^{\gamma d}$ est le gain de l'amplificateur optique d'épaisseur d .

$$\gamma = (N_2 - N_1)\sigma(\nu) = (N_2 - N_1) \frac{\lambda^2}{8\pi\tau_{sp}} g(\nu)$$

(en utilisant $\sigma(\nu) = Sg(\nu)$, g la fonction spectrale et $S = \frac{\lambda^2}{8\pi\tau_{sp}}$)

$$\gamma(\nu) = (N_2 - N_1) \frac{\lambda^2}{8\pi\tau_{sp}} g(\nu) \quad \text{gain du milieu amplificateur [L]}^{-1}$$

Rappel : $g(\nu)$ a les dimensions d'un temps [T].

Note : Cette expression est valide pour autant que $N_2 - N_1 = \text{Cst}$. Si ce n'est pas le cas, l'expression reste valide localement, mais il faut tenir compte de la dépendance de N_2 et N_1 avec z pour obtenir le gain total sur une épaisseur d .

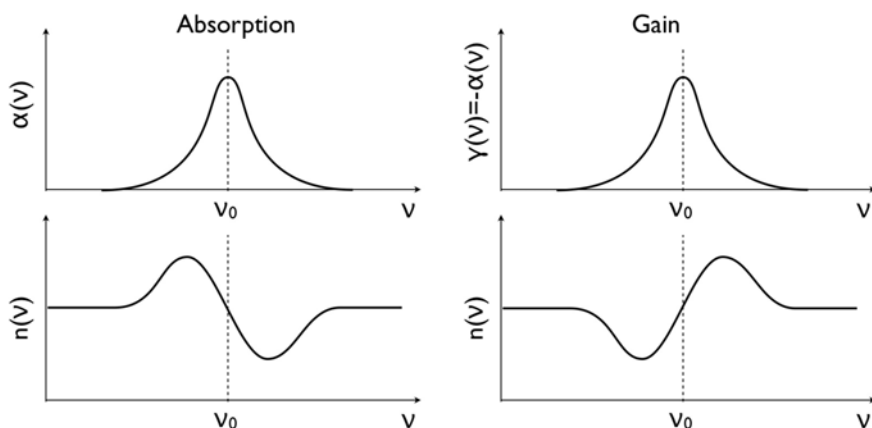
Le gain dépend de la fréquence. Il est fortement piqué autour de la fréquence ν_0 , $h\nu_0 = E_2 - E_1$ où $g(\nu_0) \neq 0$. Comme mentionné à propos de l'absorption, cela ne peut pas se faire sans engendrer aussi une variation de l'indice de réfraction $n(\nu)$ du milieu.

$$\tilde{n}(\nu) = n(\nu) + ik(\nu)$$

avec

$$k(\nu) = \frac{-\gamma(\nu)\lambda}{4\pi}$$

$k < 0$ en présence de gain et $k > 0$ en présence d'absorption si on écrit l'onde sous la forme $e^{i(kr - \omega t)}$ et l'inverse si on choisit la convention $e^{i(\omega t - kr)}$.

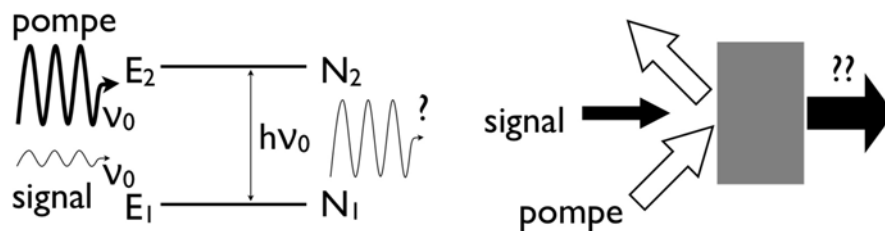


Indice de réfraction, absorption et gain dans un milieu dispersif.

Le problème auquel nous allons nous intéresser ensuite est comment satisfaire pratiquement cette condition d'inversion de population qui n'est évidemment pas une condition d'équilibre thermodynamique en accord avec une distribution de Boltzmann. Pour créer cette condition, il faut une source d'énergie externe qui va permettre d'exciter l'ensemble des atomes de manière à maintenir cet état hors équilibre d'inversion de population. Ce procédé est communément appelé le *pompage* du milieu amplificateur.

6.1.1 Système à deux niveaux

La première idée simple que l'on peut envisager est d'utiliser un atome à deux niveaux pompé par un faisceau intense de fréquence ν_0 et d'amplifier un second faisceau à la même fréquence ν_0 .



Pompage optique d'un système à deux niveaux.

Les équations de bilan du système pompé sans signal s'écrivent alors :

Emission spontanée	$\frac{N_2}{\tau_{sp}}$
Absorption	$\frac{\bar{n}N_1}{\tau_{sp}}$
Emission stimulée	$\frac{\bar{n}N_2}{\tau_{sp}}$

où \bar{n} est le nombre moyen de photons par unité de temps dans le mode de pompe. Il y a en tout N atomes et :

$$N = N_2 + N_1$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = \frac{(1 + \bar{n})N_2}{\tau_{sp}} - \frac{\bar{n}N_1}{\tau_{sp}}$$

En régime stationnaire ($\frac{d}{dt} = 0$) et

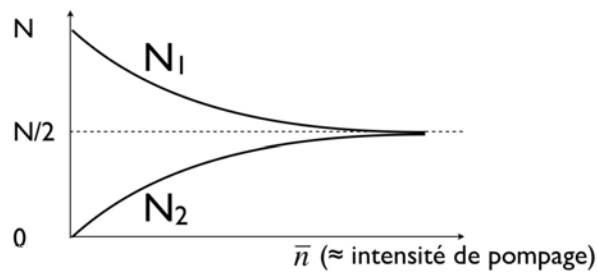
$$0 = \frac{(1 + \bar{n})N_2}{\tau_{sp}} - \frac{\bar{n}N_1}{\tau_{sp}}$$

$$N = N_1 + N_2$$

ce qui conduit à :

$$N_2 = \frac{\bar{n}}{(1 + \bar{n})} N_1 \quad N_2 = \frac{\bar{n}}{(1 + 2\bar{n})} N \quad N_1 = \frac{1 + \bar{n}}{(1 + 2\bar{n})} N$$

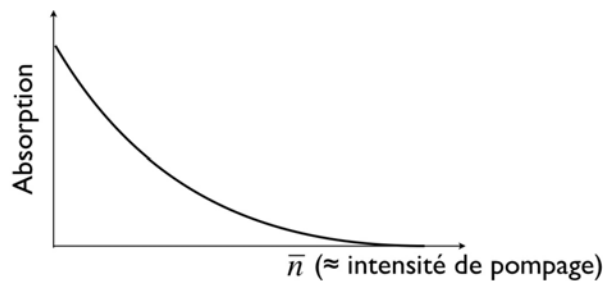
Quelque soit le flux incident de la pompe $N_2 < N_1$.



Absence d'inversion dans un système à deux niveaux.

Il n'est pas possible d'inverser par pompage optique un système à deux niveaux

Tout ce qu'il est possible d'atteindre c'est un cas de figure où l'absorption a disparu ($N_2 = N_1$), c'est ce que l'on appelle la *saturation de l'absorption*.



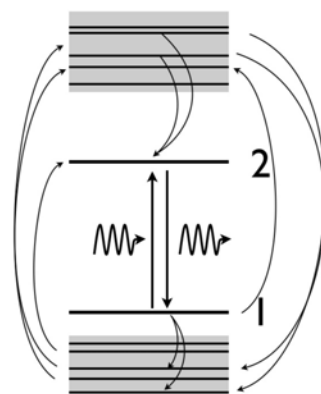
Saturation de l'absorption dans un système à deux niveaux.

où l'absorption totale est $\propto \frac{N_1 - N_2}{\tau_{sp}} = \frac{1}{(1 + 2\bar{n})} N$

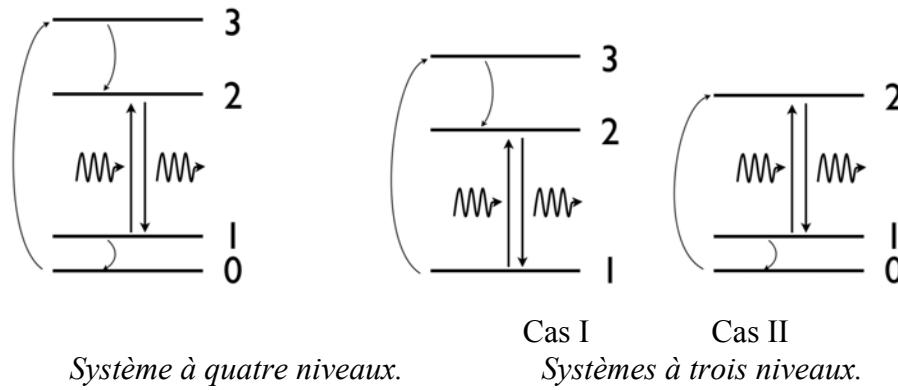
Note : on aurait tout aussi bien écrire les mêmes équations avec les densités spectrales d'énergie et les coefficients A et B :

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -N_2 B s(\nu) - A N_2 + N_1 B s(\nu) \text{ etc...}$$

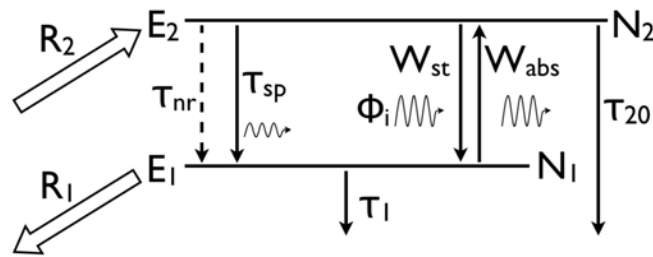
Pour inverser la population des niveaux 1 et 2, il est nécessaire que le pompage s'accomplisse par l'intermédiaire de niveaux intermédiaires, par exemple :



Système à deux niveaux en interaction avec d'autres niveaux.



6.1.2 Système à deux niveaux en interaction avec d'autres niveaux



Pompage d'un système à deux niveaux en interaction avec d'autres niveaux

R_1 et R_2 : pompage des niveaux 1 et 2. C'est par ce mécanisme que l'énergie est échangée avec le système

τ_{sp} : émission spontanée $\frac{N_2}{\tau_{sp}}$

τ_{nr} : recombinaisons non-radiatives sans émission de lumière (pertes) $\frac{N_2}{\tau_{nr}}$

τ_{20} : désexcitation du niveau 2 sans passer par le niveau 1 $\frac{N_2}{\tau_{20}}$

τ_1 : désexcitation du niveau 1 $\frac{N_1}{\tau_1}$

W_{abs} : absorption du flux ϕ_i $N_1 W_i$ ($W_i = \sigma(v)\phi_i$)

W_{st} : émission stimulée $N_2 W_i$

on appelle τ_{21} le temps de recombinaison du niveau 2 vers le niveau 1 :

$$\frac{1}{\tau_{21}} = \frac{1}{\tau_{nr}} + \frac{1}{\tau_{sp}}$$

et τ_2 le temps de vie du niveau 2 :

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_{20}} + \frac{1}{\tau_{21}}$$

A l'équilibre et sans faisceau incident ϕ_i les équations de bilan s'écrivent :

$$0 = \frac{dN_2}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2}$$

$$0 = \frac{dN_1}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}}$$

ce qui donne les solutions :

$$N_2^0 = R_2 \tau_2$$

$$N_1^0 = \tau_1 \left(\frac{N_2^0}{\tau_{21}} - R_1 \right) = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_{21}} R_2 - \tau_1 R_1$$

et l'inversion de population sans flux ϕ_i incident :

$$N^0 = N_2^0 - N_1^0 = \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}} \right) R_2 + \tau_1 R_1$$

qui peut prendre des valeurs positives (inversion de population) et est d'autant plus grand que :

R_1 est grand, même si R_2 tend vers 0, (mais R_1 ne peut toutefois pas dépasser $\frac{\tau_2}{\tau_{21}} R_2$, il

faut $N_1 \geq 0$ et $N_2 \geq 0$)

R_2 est grand, pour autant que $\tau_1 < \tau_{21}$, c'est à dire que le niveau 1 se vide plus vite qu'il n'est rempli par le niveau 2

τ_2 est grand, le niveau 2 a une grande durée de vie, ce qui se voit mieux si on écrit N^0 sous la forme :

$$N^0 = N_2^0 - N_1^0 = \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}} \right) R_2 + \tau_1 R_1$$

$$= \tau_2 \left(1 - \tau_1 \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{20}} \right) \right) R_2 + \tau_1 R_1 = \tau_2 \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_{20}} \right) R_2 + \tau_1 (R_1 - R_2)$$

Idéalement :

Il n'y a pas de pertes non radiatives $\tau_{nr} \rightarrow \infty$ et $\tau_{21} = \tau_{sp}$

Le niveau 1 est évacué très rapidement $\tau_1 \ll \tau_{21}$ et $\tau_2 = \tau_{sp}$

τ_2 est long mais pas plus long que τ_{nr}

Dans ce cas :

$$N^0 = \tau_2 R_2 + \tau_1 R_1$$

En présence d'un flux lumineux ϕ_i que l'on veut amplifier, les équations de bilan, en régime stationnaire, s'écrivent :

$$0 = \frac{dN_2}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2 W_i + N_1 W_i$$

$$0 = \frac{dN_1}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + N_2 W_i - N_1 W_i$$

qui forme un système d'équations linéaires qui se résout aisément :

$$R_1 = -\left(\frac{1}{\tau_1} + W_i\right)N_1 + \left(\frac{1}{\tau_{21}} + W_i\right)N_2$$

$$R_2 = -W_i N_1 + \left(\frac{1}{\tau_2} + W_i\right)N_2$$

$$N_1 = \frac{1}{\frac{1}{\tau_1 \tau_2} + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{21}}\right)W_i} \left(\left(\frac{1}{\tau_{21}} + W_i\right)R_2 - \left(\frac{1}{\tau_2} + W_i\right)R_1 \right)$$

et

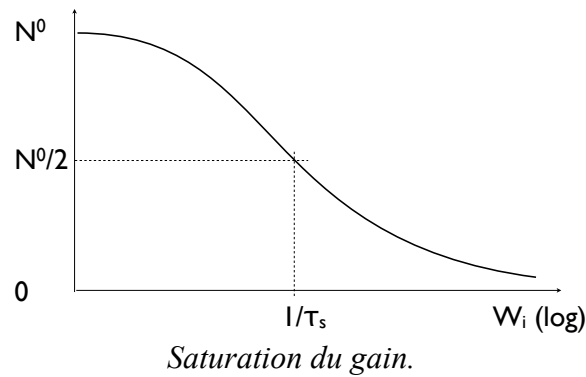
$$N_2 = \frac{1}{\frac{1}{\tau_1 \tau_2} + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{21}}\right)W_i} \left(\left(\frac{1}{\tau_2} + W_i\right)R_2 - W_i R_1 \right)$$

et la différence de population se met sous la forme :

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{N^0}{1 + \tau_s W_i} \quad \text{système à deux niveaux en interaction avec d'autres}$$

$$\tau_s \text{ le temps de saturation : } \quad \tau_s = \tau_2 + \tau_1 \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_{21}}\right) \text{ et } N^0 = \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}}\right) R_2 + \tau_1 R_1$$

l'inversion de population (et donc le gain) diminue de N^0 à 0 quand le flux lumineux que l'on veut amplifier augmente, ce phénomène est appelé *saturation du gain*.



Note : Attention à l'échelle semi-logarithmique de ce graphique

De la même manière, le gain du milieu s'écrit, en utilisant :

$$W = \phi \sigma(\nu) = \phi S g(\nu) = \phi \frac{\lambda^2}{8\pi \tau_{sp}} g(\nu)$$

$$\Delta N = \frac{N^0}{1 + \tau_s W_i} = \frac{N^0}{1 + \frac{\lambda^2}{8\pi} \frac{\tau_s}{\tau_{sp}} g(\nu) \phi_i} = \frac{N^0}{1 + \frac{\phi_i}{\phi_s}}$$

et le gain $\gamma(\nu) = \Delta N \frac{\lambda^2}{8\pi \tau_{sp}} g(\nu)$ prend la forme :

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma^0(\nu)}{1 + \frac{\phi_i}{\phi_s}} \text{ avec } \frac{1}{\phi_s} = \frac{\lambda^2}{8\pi} \frac{\tau_s}{\tau_{sp}} g(\nu) \quad \text{Saturation du gain}$$

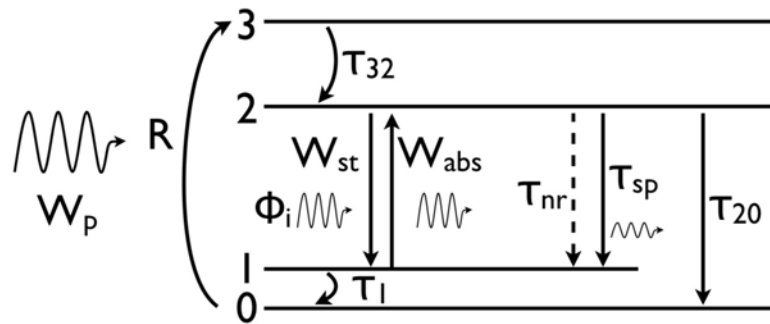
Note : dans le cas idéal :

$$\tau_1 \ll \tau_{sp} \ll \tau_{20} \ll \tau_{nr}$$

$$\tau_{21} = \tau_{sp}, \quad \tau_2 = \tau_{sp} \text{ et } \tau_s = \tau_{sp}$$

6.1.3 Système à quatre niveaux

On négligera les recombinaisons non-radiatives ($\tau_{nr} \rightarrow \infty$) et $\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_{sp}} + \frac{1}{\tau_{21}}$



Pompage d'un système à quatre niveaux.

Les équations de bilan ressemblent au cas précédent, sans R_1 et avec le terme $\frac{N_3}{\tau_{32}}$ en plus :

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{dN_3}{dt} = R - \frac{N_3}{\tau_{32}} \\
 0 &= \frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2 W_i + N_1 W_i \\
 0 &= \frac{dN_1}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + N_2 W_i - N_1 W_i \\
 0 &= -R + \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{20}}
 \end{aligned}$$

ce qui donne des expressions très semblables : $\Delta N = \frac{N^0}{1 + \tau_s W_i}$ avec la même expression pour

$$\tau_s = \tau_2 + \tau_1 \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_{21}} \right) \text{ et maintenant } N^0 = \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}} \right) R$$

Dans le cas idéal :

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &\ll \tau_{sp} \ll \tau_{20} \ll \tau_{nr} \\
 \tau_s &= \tau_{sp} \quad \tau_{21} = \tau_{sp} \quad \tau_2 = \tau_{sp} \\
 \Delta N &= \frac{N^0}{1 + \tau_{sp} W_i} \quad N^0 = \tau_{sp} R
 \end{aligned}$$

Note : Tant que l'on n'inclut qu'une seule possibilité de désexcitation du niveau 3, ce système est équivalent au cas II des systèmes à trois niveaux.

6.1.4 Saturation du pompage

Jusqu'à présent le taux de pompage a été considéré comme indépendant de la population des niveaux, ce n'est pas toujours le cas car les états 0, 1, 2 et 3 décrivent en général les quatre états dans lesquels peut être l'atome et donc :

$$N_0 + N_1 + N_2 + N_3 = N_a \quad \text{nombre total d'atomes}$$

Si le pompage se fait avec un flux de pompe Φ_p la densité de probabilité des transitions :

$$\text{de } 0 \text{ vers } 3 \text{ s'écrit : } N_0 \phi_p \sigma(\nu) = N_0 W_p$$

$$\text{et de } 3 \text{ vers } 0 : N_3 W_p$$

de sorte que :

$$R = (N_0 - N_3) W_p$$

Dans le cas idéal N_3 et $N_1 \ll N_a$, N_0 et N_2

$$\begin{aligned} R &= (N_0 - N_3) W_p \\ &\approx (N_0 - N_3) W_p \approx (N_a - N_2) W_p \approx (N_a - \Delta N) W_p \end{aligned}$$

l'efficacité de la pompe décroît avec l'inversion.

$$\Delta N = \frac{(N_a - \Delta N) \tau_{sp} W_p}{1 + \tau_{sp} W_i} \Rightarrow \Delta N \left(1 + \frac{\tau_{sp} W_p}{1 + \tau_{sp} W_i} \right) = \frac{N_a \tau_{sp} W_p}{1 + \tau_{sp} W_i}$$

et

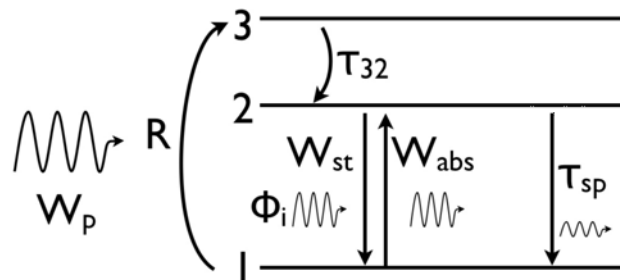
$$\Delta N = \frac{N_a \tau_{sp} W_p}{1 + \tau_{sp} W_p + \tau_{sp} W_i}$$

qui peut se mettre sous la forme en $\Delta N = \frac{\tilde{N}^0}{1 + \tau_s W_i}$ avec $\tilde{N}^0 = \frac{N_a \tau_{sp} W_p}{1 + \tau_{sp} W_p}$ et $\tau_s = \frac{\tau_{sp}}{1 + \tau_{sp} W_p}$

Note : cette expression est valide uniquement pour des flux lumineux incidents faibles où la saturation du gain n'est pas significative ($N_1 \ll N_2$).

6.1.5 Système à trois niveaux.

On traite ici le cas I, le cas II est un cas particulier du système à quatre niveaux.



Pompage d'un système à trois niveaux.

On suppose que le niveau 3 a un temps de vie très court et on néglige les recombinaisons non-radiatives : $\tau_{32} \ll \tau_{2 \rightarrow 1}$ et $\tau_{nr} \rightarrow \infty$, $\tau_{2 \rightarrow 1} = \tau_{sp}$. Les équations de bilan s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} 0 &= R - \frac{N_3}{\tau_{32}} \\ 0 &= \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{sp}} - N_2 W_i + N_1 W_i \\ 0 &= -R + \frac{N_2}{\tau_{sp}} + N_2 W_i - N_1 W_i \end{aligned}$$

avec

$$N_a = N_1 + N_2 + N_3$$

pour $\tau_{32} \ll \tau_{2 \rightarrow 1}$, $N_3 \ll N_1, N_2$

$$\begin{aligned} 0 &= R - \frac{N_2}{\tau_{sp}} - N_2 W_i + N_1 W_i \\ N_a &= N_1 + N_2 \end{aligned}$$

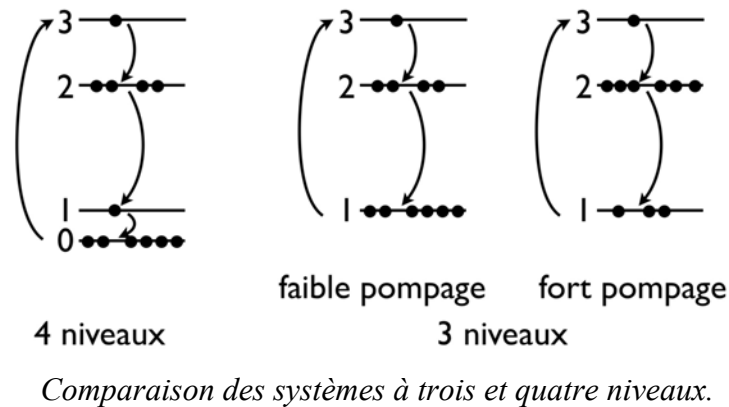
qui se résout aisément :

$$\begin{aligned} 0 &= R - \frac{N_2}{\tau_{sp}} - N_2 W_i + (N_a - N_2) W_i \\ N_2 &= \frac{R \tau_{sp} + N_a \tau_{sp} W_i}{1 + 2 \tau_{sp} W_i} \text{ et } N_1 = \frac{N_a - R \tau_{sp} + N_a \tau_{sp} W_i}{1 + 2 \tau_{sp} W_i} \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \text{Système à trois niveaux :} \quad \Delta N &= \frac{2R\tau_{sp} - N_a}{1 + 2\tau_{sp}W_i} = \frac{N^0}{1 + \tau_s W_i} \\ \text{avec} \quad N^0 &= 2R\tau_{sp} - N_a \text{ et } \tau_s = 2\tau_{sp} \end{aligned}$$

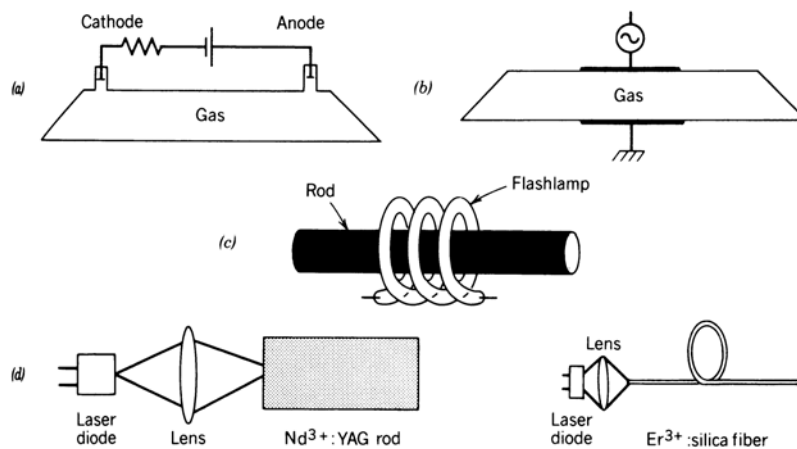
Dans un système à quatre niveaux une puissance de pompe très faible suffit à obtenir l'inversion. Dans un système à trois niveaux il est nécessaire de fournir un pompage seuil pour obtenir l'inversion. Cette puissance sert à vider le niveau fondamental 1 qui est initialement très rempli.



6.1.5 Exemples de milieux amplificateurs classiques

Pompage

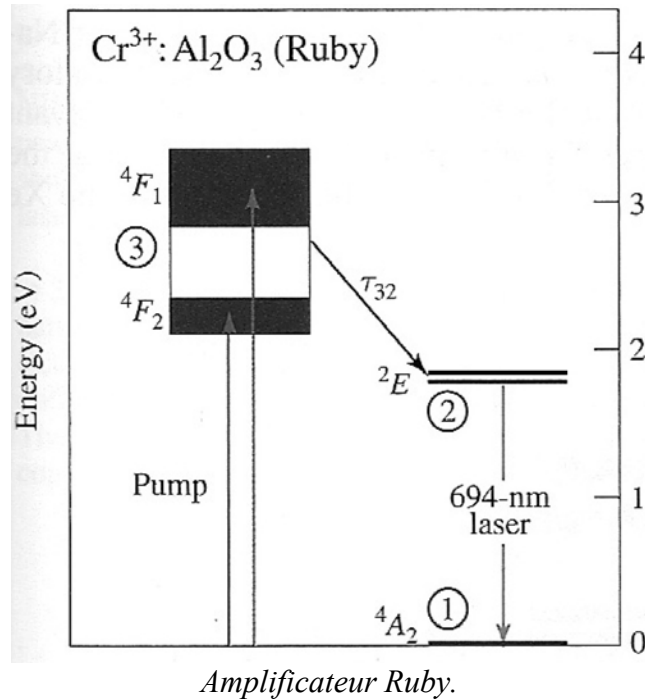
Il existe de nombreuses manières de pomper le milieu amplificateur, soit électriquement, soit optiquement. Un courant continu est souvent utilisé dans les lasers à gaz, la décharge est soit longitudinale dans l'axe du tube soit transverse. Un champ radio fréquence est aussi utilisé parfois. Des lampes flash xénon ou krypton sont utilisées pour le pompage optique de lasers rubis ou terres rares. Des diodes lasers semiconductrices sont souvent utilisées pour pomper des lasers erbium à fibre optique.



Méthode de pompage du milieu amplificateur.

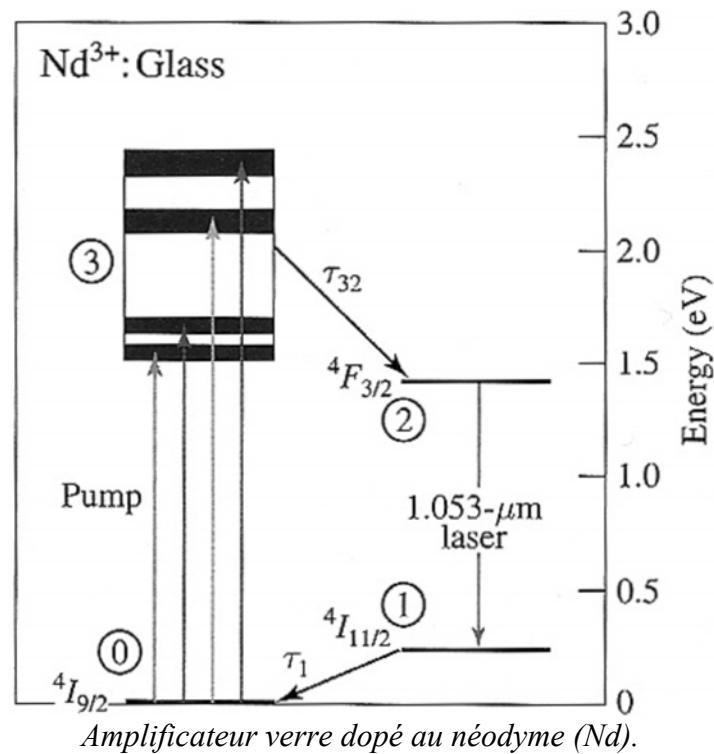
Amplificateur rubis

Ce fut le premier laser réalisé, il repose sur un système à 3 niveaux. Le rubis est un cristal d'alumine (Al_2O_3) dopé avec du chrome dans l'état 3^+ ce qui signifie qu'il a donné trois de ses électrons au réseau cristallin. La transition laser a lieu à une longueur d'onde de 694 nm, et l'inversion de population peut être obtenue par pompage sur des niveaux entre 400 et 550 nm. τ_{sp} est de l'ordre de 3 ms, et τ_{32} de l'ordre de quelques ps. Les transitions non-radiatives sont négligeables et la transition est élargie de manière homogène, la largeur de raie est de $\Delta\nu \approx 330$ GHz. L'excitation du barreau de rubis doit se faire de manière optique. Le principe de base consiste à éclairer un barreau de rubis par des moyens adéquats. La manière la plus efficace consiste en l'utilisation d'un miroir elliptique où la source de pompe et le cristal sont chacun sur un des foyers de l'ellipse.



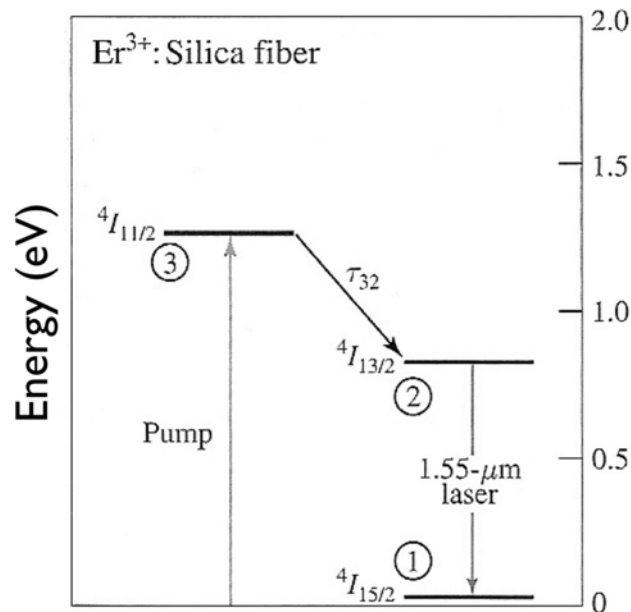
Amplificateur verre dopé au néodyme (Nd)

Les verres dopés au néodyme, et en particulier les verres YAG (grenat d'yttrium et d'aluminium: $Y_{3-x}Al_2O_3$), sont très utilisés pour réaliser des lasers. La transition se produit dans l'ion Nd^{3+} , et est centrée à $1,06 \mu m$. Les lasers YAG:Nd sont le prototype même du système à 4 niveaux. Ces verres peuvent être fabriqués avec de très bonne qualité optique et dans de grandes dimensions ce qui permet de générer des faisceaux lumineux très intenses. Un ensemble de niveaux peuvent être pompés entre 525 et 810 nm, ils se désexcitent en 100 ns vers le niveau 2 (${}^4F_{3/2}$). La durée de vie spontanée est 375 μs , et le niveau 1 (${}^4I_{1/2}$) se désexcite vers le niveau fondamental (${}^4I_{9/2}$) en 300 ps. On est bien dans les conditions où τ_{32} et τ_1 sont beaucoup plus courts que la durée de vie spontanée τ_{sp} . A cause de l'environnement variable de l'atome de néodyme dans la matrice amorphe du verre, la transition est élargie de manière inhomogène $\Delta\nu \approx 7$ THz.



Fibre optique dopée erbium (Er)

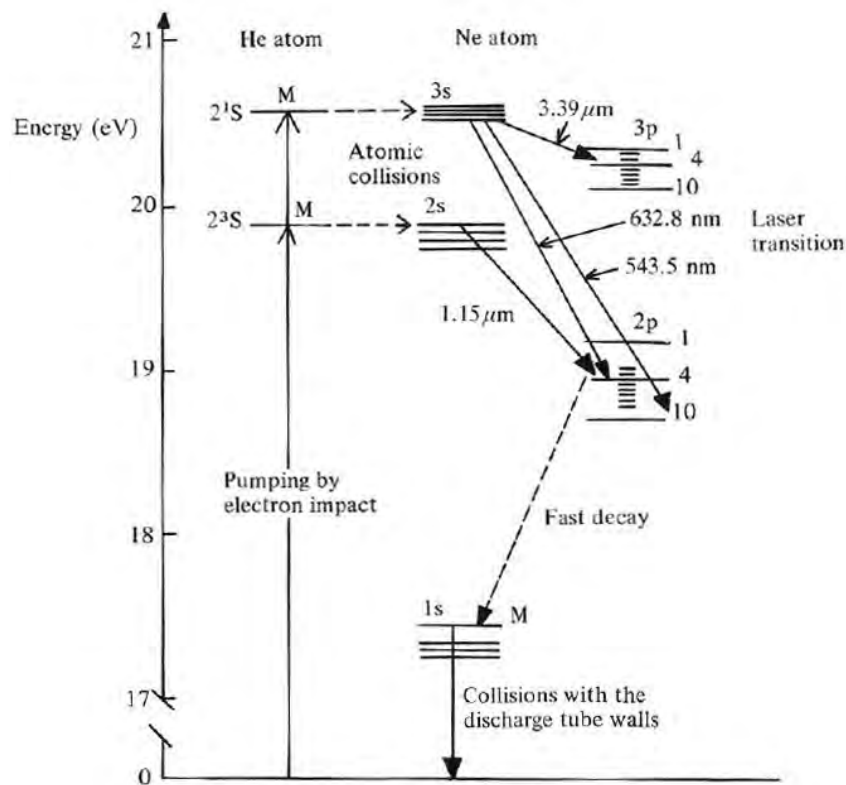
Dans une matrice de verre, l'erbium donne lieu à une transition laser autour de $1,5 \mu\text{m}$, c'est à dire dans la gamme utile pour les transmissions optiques longue distance (maximum de transmission des fibres optiques autour de cette longueur d'onde). Cette transition peut être pompée par un laser à $1,48 \mu\text{m}$, ou par un laser à $0,98 \mu\text{m}$ injecté dans la fibre optique. On peut réaliser un laser à fibre dopée erbium, mais la principale application du système est en tant qu'amplificateur. Le milieu se comporte comme un système à trois niveaux. La transition est élargie de manière inhomogène $\Delta\nu \approx 5,3 \text{ THz}$ ($\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$) ce qui permet une amplification sur une bande de longueur d'onde assez large. Le système peut aussi être utilisé sur la transition ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ à $2,9 \mu\text{m}$. D'autres terres rares peuvent être également utilisées, le thulium (Tm) ($\lambda = 1460\text{-}1530 \text{ nm}$), le praséodyme (Pr) ($\lambda \approx 1300 \text{ nm}$) ou l'ytterbium (Yb) ($\lambda = 1050\text{-}1120 \text{ nm}$).



Fibre optique dopée erbium (Er).

Laser hélium – néon (He-Ne)

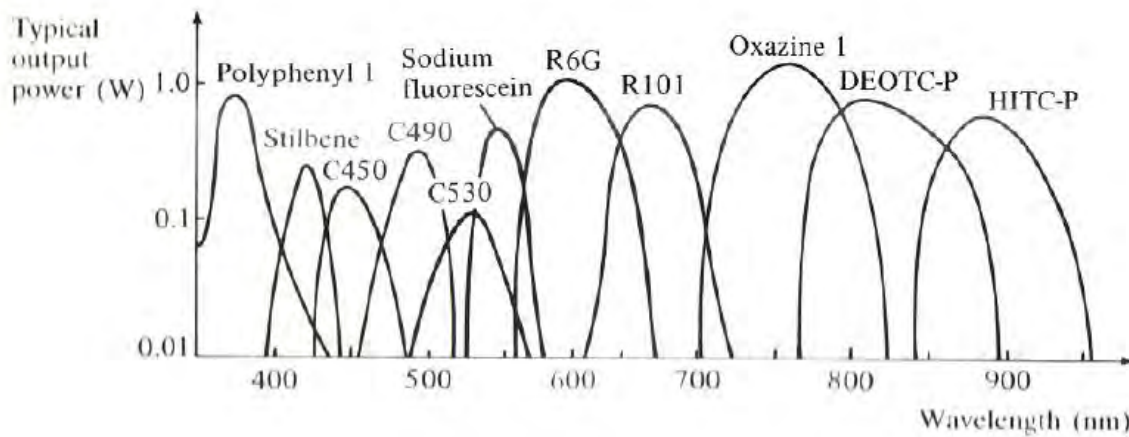
Ce laser à gaz se comporte comme un milieu à quatre niveaux plus complexe. Le pompage se fait par l'intermédiaire du plasma d'hélium et les atomes de néon sont excités par collision. Plusieurs transitions peuvent générer de l'amplification dont la plus familière dans le rouge à 6328 Å, mais aussi dans le vert à 5435 Å.



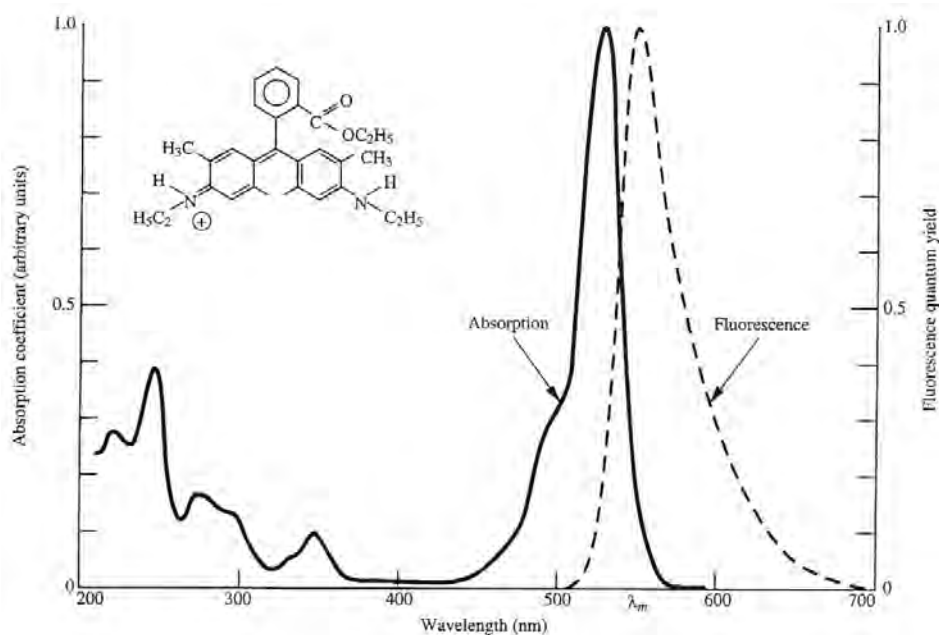
Laser hélium – néon (He-Ne).

Colorants

On peut utiliser comme milieu amplificateur un colorant dans un liquide. Un des intérêts de ce type de milieu amplificateur est la très grande largeur de bande du gain, liée à la nature vibratoire des transitions du colorant. Ceci permet tout d'abord d'obtenir une transition laser accordable sur une large plage. Dans un deuxième temps, ceci permet de produire des impulsions très courtes (voir chapitre suivant). Exemple des spectres d'absorption et d'émission pour un des colorants les plus usuels, la rhodamine 6G. Il existe de nombreux colorants dans le visible et l'infra-rouge proche.



Divers colorants.



Rhodamine 6G.

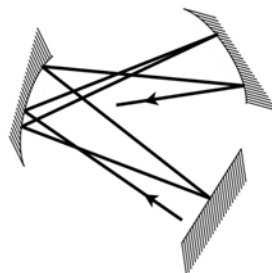
Tableau des principaux milieux amplificateurs

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des principaux milieux amplificateurs couramment utilisés.

Laser Medium	Transition Wavelength ^a λ_o (nm)	Transition Cross Section σ_o (cm ²)	Spontaneous Lifetime t_{sp}	Transition Linewidth ^b $\Delta\nu$		Refractive Index n
C ⁵⁺	18.2	5×10^{-16}	12 ps	1 THz	I	≈ 1
ArF Excimer	193	3×10^{-16}	10 ns	10 THz	I	≈ 1
Ar ⁺	515	3×10^{-12}	10 ns	3.5 GHz	I	≈ 1
Rhodamine-6G dye	560–640	2×10^{-16}	5 ns	40 THz	H/I	1.40
He-Ne	633	3×10^{-13}	150 ns	1.5 GHz	I	≈ 1
Cr ³⁺ :Al ₂ O ₃	694	2×10^{-20}	3 ms	330 GHz	H	1.76
Cr ³⁺ :BeAl ₂ O ₄	700–820	1×10^{-20}	260 μ s	25 THz	H	1.74
Ti ³⁺ :Al ₂ O ₃	700–1050	3×10^{-19}	3.9 μ s	100 THz	H	1.76
Yb ³⁺ :YAG	1030	2×10^{-20}	1 ms	1 THz	H	1.82
Nd ³⁺ :Glass (phosphate)	1053	4×10^{-20}	370 μ s	7 THz	I	1.50
Nd ³⁺ :YAG	1064	3×10^{-19}	230 μ s	150 GHz	H	1.82
Nd ³⁺ :YVO ₄	1064	8×10^{-19}	100 μ s	210 GHz	H	2.0
InGaAsP ^c	1300–1600	2×10^{-16}	2.5 ns	10 THz	H	3.54
Er ³⁺ :Silica fiber	1550	6×10^{-21}	10 ms	5 THz	H/I	1.46
CO ₂	10 600	3×10^{-18}	3 s	60 MHz	I	≈ 1

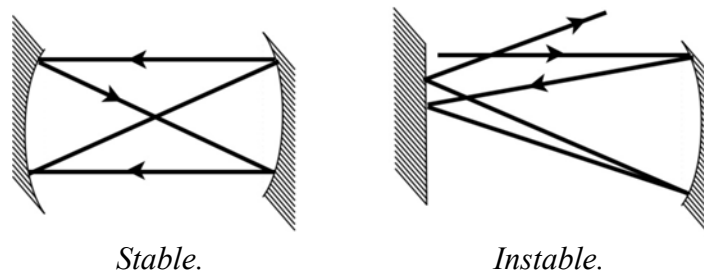
6.2 Résonateur optique

Le deuxième ingrédient fondamental d'un laser est un résonateur dans lequel la lumière est confinée en effectuant un grand (idéalement infini) nombre d'aller-retour avant de s'en échapper. Cet objet s'appelle une cavité optique ou bien un résonateur optique.

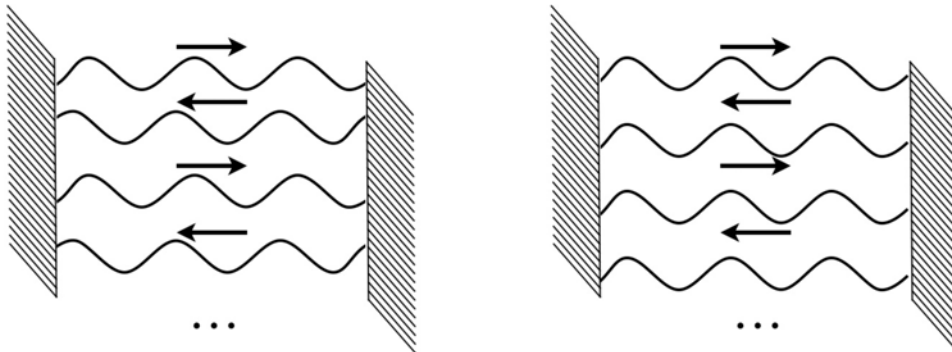


Résonateur optique.

Il y a deux éléments importants : 1) la stabilité géométrique du trajet des rayons lumineux (le rayon ne part pas à l'infini et reste dans la cavité)



2) les interférences constructives ou destructives que fait l'onde en interférant avec elle-même et qui vont sélectionner certaines valeurs discrètes de fréquences

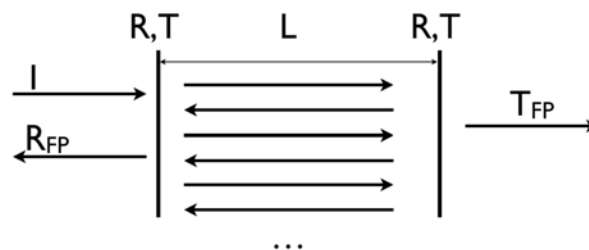


Interférences destructives.
 $\Sigma = 0$ la plupart du temps.

Interférences constructives.
 Cas particulier $\Sigma \neq 0$, mode optique.

6.2.1 Résonateur Fabry-Perot

Le résonateur Fabry-Perot a été décrit dans le cours optique I, on ne fera ici que rappeler les résultats et leur signification physique. Le résonateur est constitué de deux miroirs plans parallèles de réflectivité R et transmission T et distants de L et l'indice de réfraction du milieu entre les deux miroirs est n .



Cavité planaire Fabry-Perot.

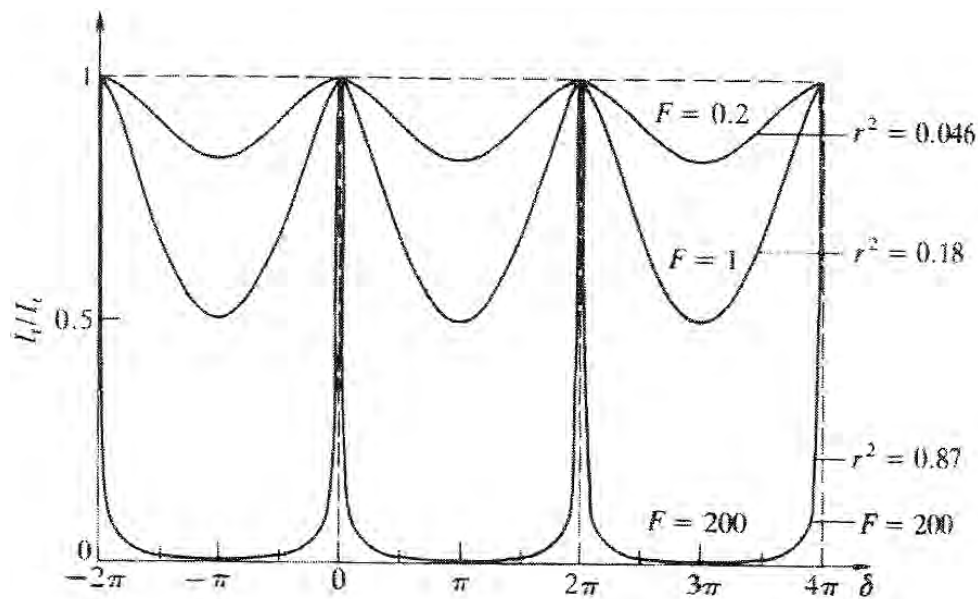
Pour deux miroirs identiques la transmission du résonateur est :

$$T_{FP} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

que l'on écrit aussi sous la forme d'une fonction dite fonction d'Airy :

$$T_{FP} = \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4R^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \quad \varphi = 2kL = \frac{4\pi nL}{\lambda} = \frac{4\pi \nu nL}{c} \quad \text{Résonateur Fabry-Perot}$$

φ est le déphasage accumulé par l'onde pendant un aller-retour.

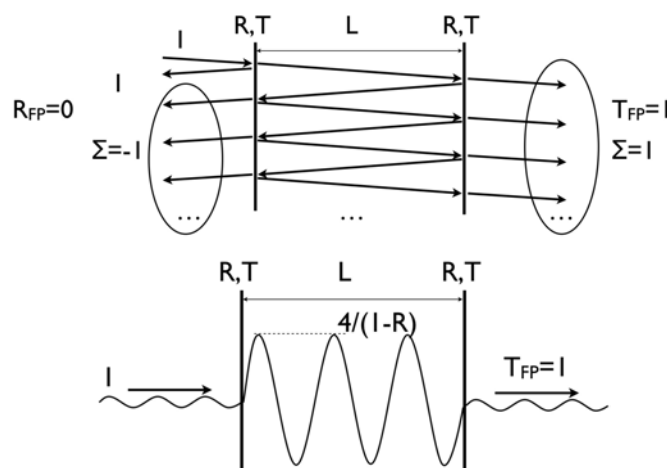


Spectres de transmission d'une cavité Fabry-Perot, fonction d'Airy.

La courbe de transmission présente une série de pics régulièrement espacés en fréquence, d'autant plus étroits que la réflectivité des miroirs est grande. L'interprétation physique est la suivante :

Hors résonance, le système se comporte comme deux miroirs en série, $T_{FP} \approx 0$ et $R_{FP} \approx 1$ pour $R \approx 1$.

En résonance, toutes les ondes partiellement réfléchies et transmises sont en phase et interfèrent constructivement de sorte que $T_{FP} \approx 1$ et $R_{FP} \approx 0$. L'onde optique stationnaire entre les deux miroirs a une très grande amplitude et celle-ci est telle qu'elle compense exactement la très faible réflectivité du miroir de sortie pour donner $T_{FP} \approx 1$.



Physique d'une cavité Fabry-Perot.

La condition de résonance est satisfaite lorsque la phase pour un aller-retour est un nombre entier de fois 2π :

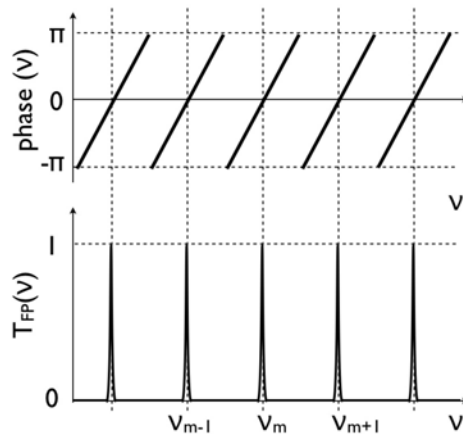
$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2} \frac{4\pi \nu_m nL}{c} = m\pi$$

et

$$\nu_m = \frac{mc}{2nL}$$

qui forment un ensemble de fréquences équidistantes séparées de $\Delta\nu$, qui porte le nom d'*intervalle spectral libre* :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL} \quad \text{Intervalle spectral libre}$$



Physique d'une cavité Fabry-Perot.

Note : dans un milieu dispersif, les fréquences de résonance ne sont pas équidistantes en $\Delta\nu$, mais elles le sont en nombre d'onde Δk :

$$\varphi_m = 2k_m L = 2m\pi \Rightarrow \Delta k = \frac{\pi}{L}$$

et les fréquences propres sont solutions de l'équation : $\nu_m n(\nu_m) = \frac{mc}{2L}$

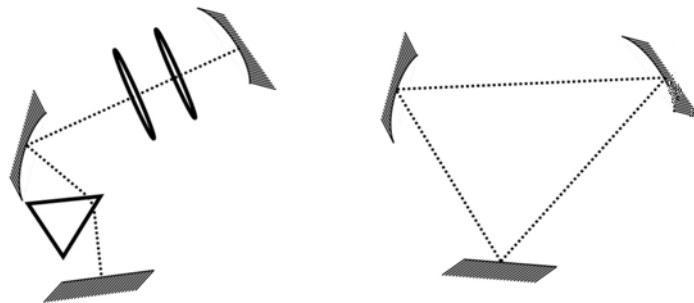
On définit deux quantités importantes qui caractérisent le résonateur ($\delta\nu$ est la largeur à mi-hauteur des pics de transmission) :

$$\begin{aligned} \text{Le facteur de qualité} & \quad Q = \frac{\nu_m}{\delta\nu_m} \\ \text{La finesse} & \quad F = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu_m} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \end{aligned}$$

La finesse est une mesure du nombre moyen d'allers-retours effectués par la lumière avant de sortir du résonateur et le facteur de qualité de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la cavité optique.

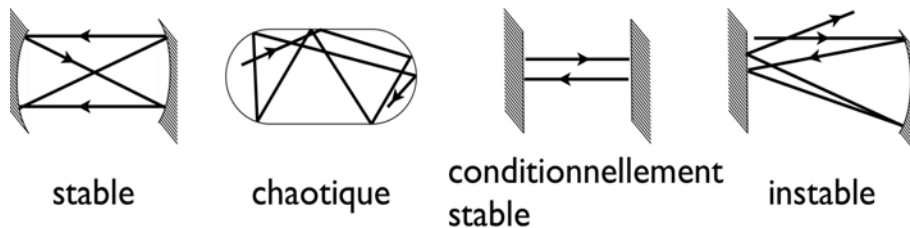
6.2.2 Stabilité d'un résonateur

On peut concevoir des résonateurs de géométrie très variée, faits de plusieurs miroirs, lentilles, éléments dispersifs etc, ...



Résonateurs.

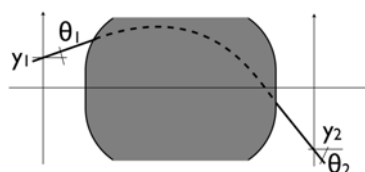
Avant de chercher les fréquences de résonances éventuelles, la première question qui se pose est de savoir si le résonateur est stable, ou plus simplement si un rayon arbitraire se propageant dans le résonateur selon les lois de l'optique géométrique va rester à l'intérieur ou bien va finalement s'en échapper.



Résonateurs stables et instables.

Chaotique signifie que le rayon reste confiné dans le résonateur mais a un comportement erratique et conditionnellement stable que le résonateur est idéalement stable mais une imperfection infinitésimale peut le rendre instable.

Dans le cours d'optique I, un formalisme, dit matrice ABCD, a été introduit pour décrire l'action d'un élément optique dans l'approximation paraxiale.



Matrices ABCD.

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

Pour un aller-retour pris à partir d'un plan P arbitraire, la matrice ABCD totale est égale au produit des différentes matrices ABCD de chaque élément :

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = M_{ABCD}^{(m)} \dots M_{ABCD}^{(2)} M_{ABCD}^{(1)} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

et après N aller-retour :

$$\begin{pmatrix} y_N \\ \theta_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = M^N \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

La question est de savoir si la matrice M^N diverge ou bien garde des valeurs dans un intervalle borné. Pour cela on remarque que les matrices ABCD d'une lentille mince ou d'un miroir sont telles que le déterminant est unité et donc :

$$\det(M) = \det(M^{(m)} \dots M^{(1)}) = \det(M^{(m)}) \dots \det(M^{(1)}) = 1$$

On peut montrer par récurrence (faire en exercice) que pour une matrice 2X2 de déterminant unité la puissance N s'écrit :

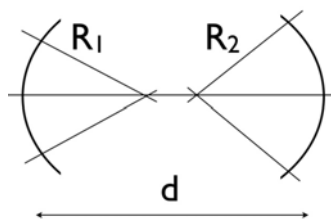
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N = \frac{1}{\sin z} \begin{pmatrix} A \sin(Nz) - \sin((N-1)z) & B \sin(Nz) \\ C \sin(Nz) & D \sin(Nz) - \sin((N-1)z) \end{pmatrix}$$

avec $\cos z = \frac{A+D}{2}$ où z est imaginaire si $\left| \frac{A+D}{2} \right| > 1$, ($\cos ix = \cosh x$).

$\begin{pmatrix} y_N \\ \theta_N \end{pmatrix}$ ne restent finis que si z est réel c'est à dire :

$$\begin{array}{ll} \left| \frac{A+D}{2} \right| \leq 1 & \text{Résonateur stable} \\ \left| \frac{A+D}{2} \right| = 1 & \text{Résonateur conditionnellement stable} \\ \left| \frac{A+D}{2} \right| > 1 & \text{Résonateur instable} \end{array}$$

6.2.3 Cas d'une cavité formée de deux miroirs sphériques distants de d



Cavité formée de deux miroirs sphériques.

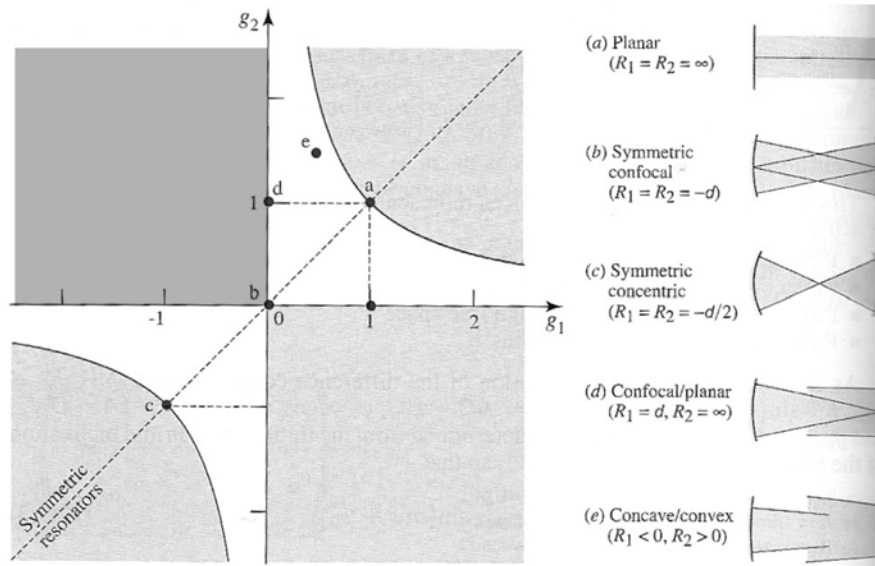
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

avec la convention $R < 0$ concave et $R > 0$ convexe.

Le calcul (faire en exercice) donne la condition de stabilité :

$$0 \leq \left(1 + \frac{d}{R_1}\right) \left(1 + \frac{d}{R_2}\right) \leq 1 \quad \text{Stabilité d'un résonateur sphérique}$$

On note en général $g_i = 1 + \frac{d}{R_i}$



Domaines de stabilités d'un résonateur sphérique.

	plane-parallel resonator $R_1 = R_2 = \infty$ $g_1 g_2 = 1$		
	spherical resonator (concentric) $R_1 = R_2 = L/2$ $g_1 g_2 = 1$		$R_1 = R_2 = L/3$ $g_1 g_2 = 4$
	hemispherical resonator $R_1 = \infty, R_2 = L$ $g_1 g_2 = 0$		$R_1 = R_2 = -L$ $g_1 g_2 = 4$
	confocal resonator $R_1 = R_2 = L$ $g_1 g_2 = 0$		$R_1 = L/2, R_2 = -L$ $g_1 g_2 = -2$
	hemiconfocal resonator $R_1 = \infty, R_2 = 2L$ $g_1 g_2 = 1/2$		$R_1 = -L, R_2 = \infty$ $g_1 g_2 = 2$

*Résonateurs stables.**Résonateurs instables.*

Note : Les résonateurs instables sont parfois utilisés pour des amplificateurs ou des lasers de puissance.

6.2.4 Modes Gaussiens d'un résonateur à miroirs sphériques

Pour aller plus loin et avoir des informations sur les fréquences de résonance et le profil de l'onde optique, il faut utiliser une description ondulatoire. Dans le cas simple de deux miroirs sphériques, les solutions sont des modes optiques qui ont déjà été décrits dans le cours optique I, ce sont des modes dont les fronts d'onde sont sphériques et dont l'intensité est significative uniquement dans la proximité de l'axe de propagation (c'est à dire \leq dimensions des miroirs). Le cas le plus simple est celui du mode Gaussien dont l'étendue est donnée par :

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$$

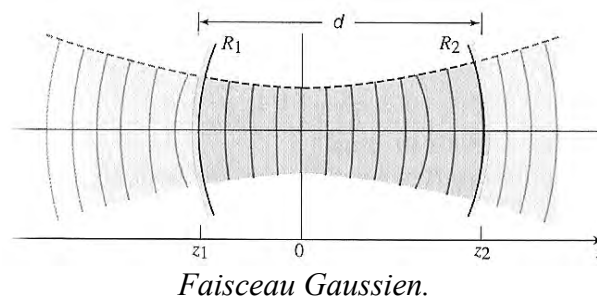
et le rayon de courbure par :

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right)$$

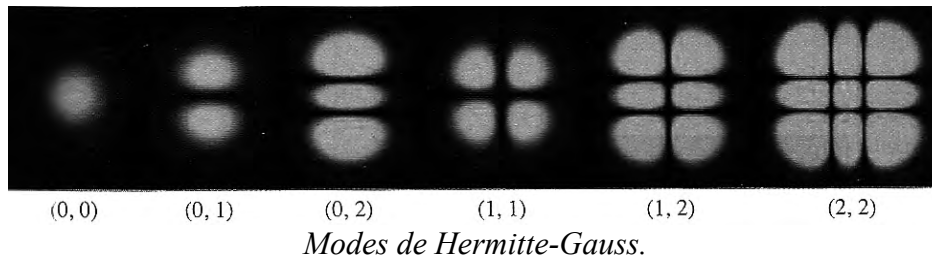
avec

$$z_0 = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}$$

Le faisceau solution est celui dont les valeurs de W_0 et la position de l'apex sont tels que ses fronts d'onde sphériques coïncident avec la surface des miroirs.

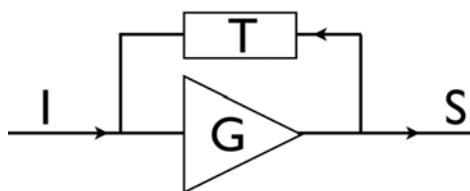


Les modes Gaussiens ne sont pas les seules solutions. Il existe des modes dits de Hermite-Gauss dont le front d'onde est également sphérique et dont la distribution spatiale de l'intensité est plus complexe. Les modes Gaussiens sont les modes fondamentaux des modes de Hermite-Gauss.



6.3 Laser, description qualitative.

Un laser est la version optique d'un oscillateur constitué d'un amplificateur soumis à une contre-réaction positive. Si $GT > 1$, le système diverge et en régime stationnaire la sortie tend vers l'infini. Dans la pratique la sortie sature lorsque l'amplificateur sort du régime linéaire.

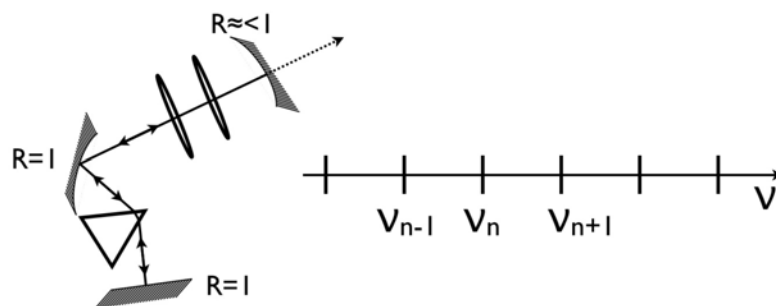


$$\frac{S}{I} = \frac{G}{1 - GT}$$

Amplificateur soumis à une contre-réaction.

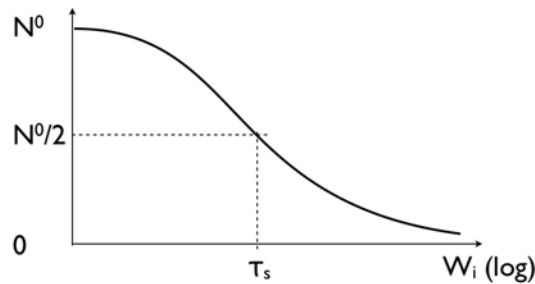
Dans le cas du laser, le milieu amplificateur est un des systèmes optiques vus dans le chapitre précédent mettant à profit l'émission stimulée et la contre-réaction positive est obtenue avec un résonateur optique. La physique du laser peut s'appréhender dans ses grandes lignes assez simplement en partant des propriétés suivantes :

- Dans le résonateur, la lumière effectue un grand nombre d'allers-retours et une faible fraction de celle-ci fuit à travers un ou des miroirs dont la réflectivité est volontairement plus faible. Ce comportement n'existe que pour des fréquences discrètes particulières.



Résonateur optique.

- Le gain optique dépend de l'inversion de population et il sature avec le signal à amplifier (saturation du gain).



Saturation du gain.

Soit A les pertes optiques lors d'un aller-retour dans le résonateur vide (sans milieu amplificateur). Ces pertes peuvent avoir toutes sortes d'origine, imperfections, absorption, diffraction, transmission à travers les miroirs etc... Soit G le gain de l'amplificateur. Si une quantité d'énergie lumineuse E est injectée dans le résonateur au temps $t = 0$, après un aller-retour elle vaut AGE et après N allers-retours $(AG)^N E$.

Si $|AG| < 1$ l'énergie présente dans le résonateur tend vers 0

Si $|AG| > 1$ l'énergie présente dans le résonateur tend vers l'infini

De même, en régime continu pour une source d'intensité I , l'intensité dans la cavité vaut

$$S = I \sum_{N=0}^{\infty} (AG)^N \text{ et si :}$$

$$\begin{array}{ll} |AG| < 1 & S = \frac{I}{1 - AG} \\ |AG| \geq 1 & S \rightarrow \infty \end{array}$$

La relation $|AG| \geq 1$ exprime la condition à remplir pour obtenir l'effet laser, physiquement elle signifie que :

L'émission laser s'enclenche lorsque le gain optique sur un aller-retour compense exactement les pertes par aller-retour dans le résonateur.

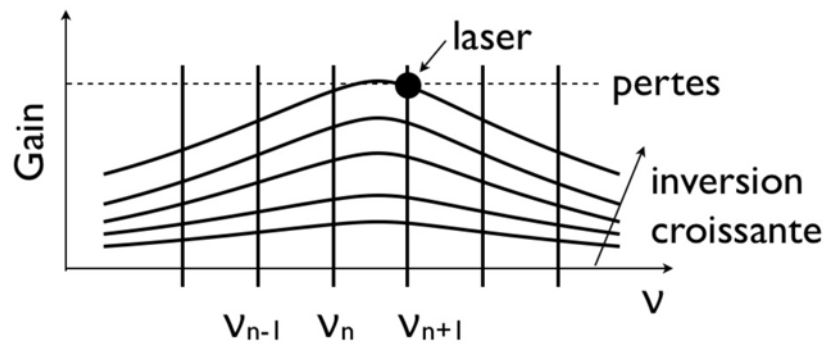
Le gain est fonction du pompage, P , ou de l'inversion, ΔN , il existe donc un *seuil* tel que $AG_{seuil}(\Delta N_{seuil}(P_{seuil})) = 1$

6.3.1 Que se passe-t'il lorsque $AG \geq 1$?

Par exemple en augmentant le pompage optique ? Le champ optique dans la cavité augmente et le mécanisme de saturation du gain entre en œuvre pour arriver à un régime stationnaire où le gain compense exactement les pertes et :

Lors de l'émission laser, le gain et l'inversion de population sont verrouillés à leurs valeurs seuil.

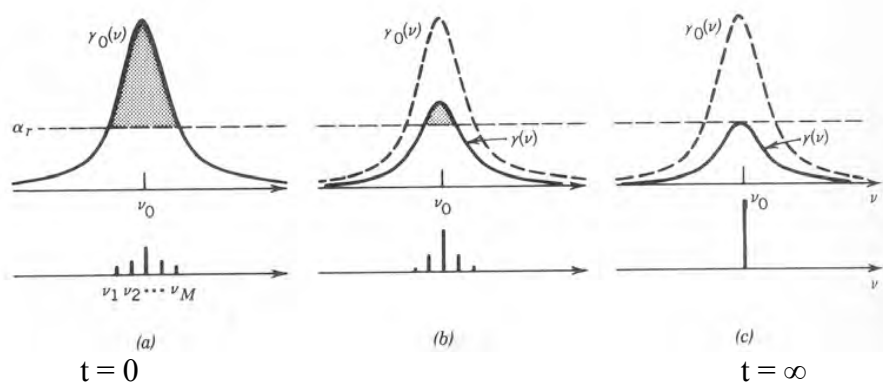
En augmentant progressivement le pompage :



Gain et seuil laser.

Ou bien, si au temps $t = 0$ on a $AG > 1$, il y a plusieurs modes pour lesquels l'effet laser se produit, idéalement le système évolue vers une émission laser sur un seul mode la cavité. Les questions que l'on sera amené à se poser sont par exemple :

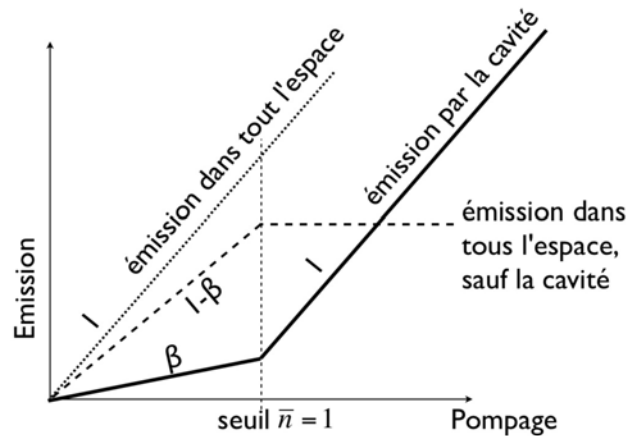
- Quel est la dynamique de ces évolutions de population ?
- Que valent les largeurs spectrales de ces raies ?
- Par quoi sont elles déterminées ?



Dynamique du laser.

6.3.2 Quel est le bilan total ?

Sous le seuil ($AG < 1$), le milieu amplificateur émet essentiellement par émission spontanée dans toutes les directions et seulement une faible proportion (β) est émise dans le mode du résonateur. Au seuil et au dessus ($AG \geq 1$), l'émission domine et le champ optique dans la cavité augmente considérablement. Toute l'énergie qui est apportée au système est consommée par le mécanisme le plus rapide, l'émission stimulée qui est \bar{n} plus efficace que l'émission spontanée. Toutes les autres quantités sont bloquées aux valeurs qu'elles avaient au seuil laser. On peut imaginer d'utiliser cette grande intensité optique dans la cavité elle-même, mais beaucoup plus commodément en en prélevant une partie en rendant légèrement transparent un des miroirs de la cavité. Comme l'adjonction de ce miroir engendre des pertes, il y aura alors des compromis à faire entre l'intensité émise et le fonctionnement du laser (le seuil par exemple).

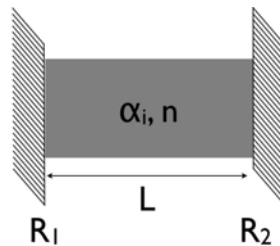


Caractéristiques émission-pompage.

Dans ce qui suit nous allons essayer de formuler ces idées de manière un peu plus quantitative.

6.4 Seuil laser.

Considérons une cavité simple comme un Fabry-Perot, les deux miroirs ont une réflectivité, R_1 et R_2 et le milieu a une absorption α_i (dimension $[L]^{-1}$).



Cavité Fabry-Perot avec gain.

En effectuant un aller-retour, l'amplitude de l'onde est multipliée par $\sqrt{R_1 R_2} e^{-\frac{\alpha_i}{2} L} e^{2ik_0 n L}$, la racine et le facteur 2 proviennent du fait que cette expression concerne l'amplitude et non l'intensité. En présence de gain $\gamma(\nu)$ dans la cavité, cette expression devient :

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{-\alpha_i L + \gamma L} e^{2ik_0 n L}$$

et au seuil, juste avant que le système ne diverge ($AG = 1$) :

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{(\gamma_s - \alpha_i) L} e^{2ik_0 n L} = 1$$

$$e^{2ik_0 n L} = 1$$

\Rightarrow et

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{(\gamma_s - \alpha_i) L} = 1$$

Note : $ae^{ib} = 1 \Rightarrow |ae^{ib}| = |a| = a \Rightarrow a = 1$ et $|ae^{ib}| = |e^{ib}| = 1$

La première équation n'est autre que l'équation usuelle donnant la fréquence de résonance, $2k_0 nL = 2m\pi$, la seconde exprime le fait que l'intensité pour un aller-retour est inchangée :

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{(\gamma_s - \alpha_i)L} = 1 \Rightarrow (\gamma_s - \alpha_i)L = -\ln \sqrt{R_1 R_2}$$

Traditionnellement écrit sous la forme:

$$\gamma_s = \alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad \text{Gain au seuil laser}$$

Ce qui exprime plus quantitativement ce que nous avons déjà supposé au chapitre précédent :

Au seuil, le gain compense exactement les pertes.

Les termes $\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1}$ et $\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_2}$ représentent les pertes des miroirs comme si elles étaient distribuées sur toute la longueur de la cavité. Le terme $\alpha_r = \alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$ représente la perte totale d'énergie par unité de longueur, cette énergie se propage à la vitesse $\frac{c}{n_g}$ et le temps $\tau_p = \frac{n_g}{\alpha_r c}$ représente le temps de vie de la lumière (ou abusivement du photon) dans la cavité ou le temps mis par la lumière pour parcourir $\frac{1}{\alpha_r}$.

Le gain est directement contrôlé par le pompage et l'inversion de population :

$$\gamma_s = \Delta N_s S g(\nu) = \Delta N_s \frac{\lambda^2}{8\pi \tau_{sp}} g(\nu) = \alpha_r = \frac{n_g}{\tau_p c}$$

et

$$\Delta N_s = \frac{8\pi}{\lambda^2 c} n_g \frac{\tau_{sp}}{\tau_p} \frac{1}{g(\nu)} = \frac{n_g}{S \tau_p g(\nu)}$$

qui sera d'autant plus petit et donc facile à atteindre que :

$g(\nu)$ est grand	maximum de la courbe de gain
τ_{sp} est petit	émission spontanée rapide
τ_p est grand	grand facteur de qualité
S est grand	transition optique intense
λ est grand	il est plus facile de faire un laser infra-rouge qu'un laser UV

6.5 Fréquence d'émission laser.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent sur les résonateurs, les fréquences de résonance sont données par $e^{2ik_0nL} = 1$, c'est-à-dire que la phase accumule un nombre entier de fois 2π pour un aller-retour :

$$\frac{2\pi\nu_m nL}{c} = m\pi$$

Nous avons vu dans le chapitre sur les amplificateurs que, le gain génère également une variation de la partie réelle de l'indice de réfraction :

$$n(\nu) = n_0 + \Delta n(\nu)$$

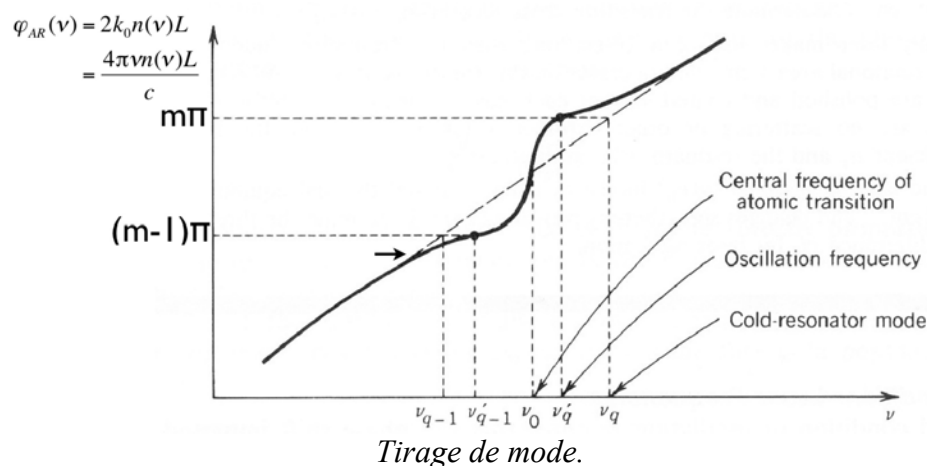
où n_0 est l'indice en l'absence de gain, supposé constant et Δn la modification de l'indice en fonction du gain. En l'absence de gain la fréquence de résonance est donnée par :

$$\nu_{0m} = \frac{mc}{2n_0L}$$

Cette fréquence est usuellement appelée fréquence des modes de la cavité "froide". Les fréquences ν_{lm} des modes lasers sont alors données par l'équation implicite :

$$\nu_{lm} = \frac{mc}{2(n_0 + \Delta n(\nu))L} \approx \nu_{0m} \left(1 - \frac{\Delta n(\nu_{lm})}{n_0} \right)$$

En règle générale $\Delta n(\nu)$ est négatif pour $\nu < \nu_{at}$ et $\Delta n(\nu) > 0$ pour $\nu > \nu_{at}$ et la fréquence du mode laser est comprise entre la fréquence de la cavité froide et la fréquence de la transition optique, elle est d'autant plus proche de ν_{at} que le gain est grand.



Dans le cas d'une forme de raie Lorentzienne, on peut montrer (faire en exercice) que si le gain n'est pas trop élevé ($k \ll n$) et assez piqué ($\Delta\nu \ll \nu_{at}$) :

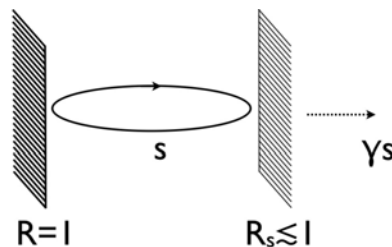
$$\nu_{lm} \approx \nu_{0m} - \frac{\nu_{0m} - \nu_{at}}{\Delta\nu} \delta\nu$$

où $\delta\nu$ est la largeur du mode de la cavité et $\Delta\nu$ est la largeur de la courbe de gain. Cet effet est habituellement appelé *tirage de mode (cavity pulling)*, le mode laser est tiré depuis la fréquence de la cavité froide vers la fréquence de la transition atomique.

6.6 Equations de bilan.

6.6.1 Cavité

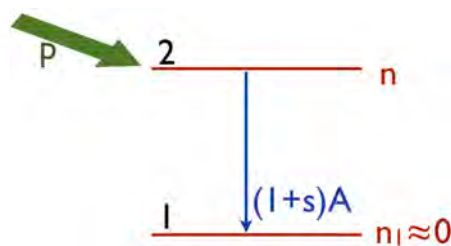
- La cavité est modélisée par un résonateur contenant s photons (s quantum d'énergie électromagnétique) de temps de vie $\tau_{cav} = 1/\gamma$. Ce temps de vie est déterminé par la fuite par le miroir de sortie du laser.



Paramètres de la cavité optique.

6.6.2 Milieu amplificateur

- Le milieu amplificateur est décrit par un système idéal à deux niveaux en interaction avec d'autres. Le niveau 2 est excité avec un taux de pompage p , sa population est n et le niveau 1 a un temps de vie très court et sa population est négligeable. La transition est caractérisée par son temps de vie spontanée τ_{sp} ou bien $A = 1/\tau_{sp}$.



Paramètres du milieu amplificateur.

6.6.3 Emission

- L'émission à la transition $2 \rightarrow 1$ peut à priori se faire dans toutes les directions \vec{k} de l'espace. C'est à dire tous les modes indicés par k et seulement quelques uns (ici on considérera uniquement 1) correspondent à un des modes du résonateur et sont susceptibles de provoquer une émission stimulée, c'est à dire que ces modes peuvent contenir un nombre de photons $s_k \geq 1$, pour tous autres $s_k \ll 1$.

Le taux de recombinaison de $2 \rightarrow 1$ s'écrit :

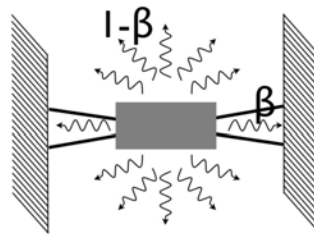
$$\frac{dn}{dt} = - \sum_k A_k (1 + s_k) n$$

L'émission spontanée est donnée par $\frac{dn}{dt} = - \sum_k A_k n = An$, avec $A = \sum_k A_k$. Il est commode d'isoler le mode k_0 du résonateur qui est le seul pour lequel s_{k_0} n'est pas négligeable devant 1 :

$$\frac{dn}{dt} = - \sum_{k \neq k_0} A_k n - A_{k_0} (1 + s_{k_0}) n$$

On définit le facteur β comme la fraction de l'émission spontanée qui se produit dans le mode du résonateur laser :

$$\beta = \frac{A_{k_0}}{\sum_k A_k} = \frac{A_{k_0}}{A}$$

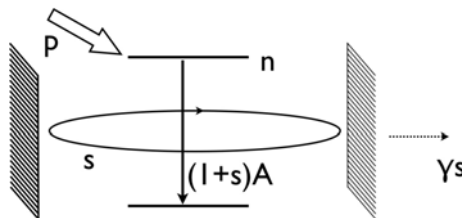


Facteur β .

En général β est très petit, 10^{-5} voire même moins pour un laser à gaz. Avec cette notation :

$$\frac{dn}{dt} = -(1 - \beta) An - \beta A (1 + s) n$$

Les équations de bilan pour le système cavité et amplificateur s'écrivent alors :



Equations de bilan du laser.

population atomique :

$$\frac{dn}{dt} = p - (1 - \beta) An - \beta A (1 + s) n$$

nombre de photons :	$\frac{ds}{dt} = \beta A(1+s)n - \gamma s$
émission :	$S = \gamma s$

en régime stationnaire les deux équations deviennent :

$$0 = p - (1 - \beta)An - \beta A(1 + s)n$$

$$0 = \beta A(1 + s)n - \gamma s$$

qui peuvent se résoudre aisément sous la forme d'une équation du second degré sur s ou n. Sans passer par là on peut tirer l'essentiel de la physique de ce modèle en examinant les cas limites p petit et p grand.

$p \rightarrow 0$, s et n sont eux mêmes petits et au premier ordre, en négligeant les termes en s.n qui sont du deuxième ordre, les équations s'écrivent :

$$p = (1 - \beta)An + \beta An = An$$

$$\beta An = \gamma s$$

et donc :

$$p = An \Rightarrow n = \frac{p}{A}$$

$$s = \frac{\beta p}{\gamma}$$

$$S = \beta p$$

Le système est sous le seuil de l'effet laser et est dominé par l'émission spontanée. L'émission par la face de sortie du résonateur est faible et le rendement quantique vaut :

$$\eta = \frac{\Delta S}{\Delta p} = \beta$$

$p \rightarrow \infty$, s et n peuvent tendre vers l'infini :

- Si s et $n \rightarrow \infty$, et en gardant les termes d'ordre le plus élevé, la deuxième équation devient $\beta A s n = 0$, ce qui est en contradiction.
- Si seulement $n \rightarrow \infty$, alors $\beta A s n = 0$ implique $s \rightarrow 0$, ce qui est en contradiction avec la fonction du résonateur optique.
- Reste le cas $s \rightarrow \infty$, et n fini. En ne gardant que les termes d'ordre le plus élevé :

$$p = \beta A s n$$

$$\beta A s n = \gamma s$$

n a saturé à la valeur :

$$n_{sat} = \frac{\gamma}{\beta A} = \frac{\gamma \tau_{sp}}{\beta}$$

et l'émission :

$$S = p$$

On retrouve les résultats intuitifs du premier chapitre :

Au dessus du seuil, l'inversion et le gain sont bloqués à leurs valeurs au seuil.

et :

Au-dessus du seuil laser toute l'énergie injectée dans le milieu amplificateur est consommée dans le mécanisme d'émission laser. Tous les autres mécanismes sont figés au niveau qu'ils avaient au seuil.

Le rendement différentiel quantique vaut alors :

$$\eta = \frac{\Delta S}{\Delta p} = 1$$

La transition entre les deux régimes se produit pour :

$$p_{seuil} = An_{seuil} = An_{sat} = A \frac{\gamma}{\beta A} = \frac{\gamma}{\beta}$$

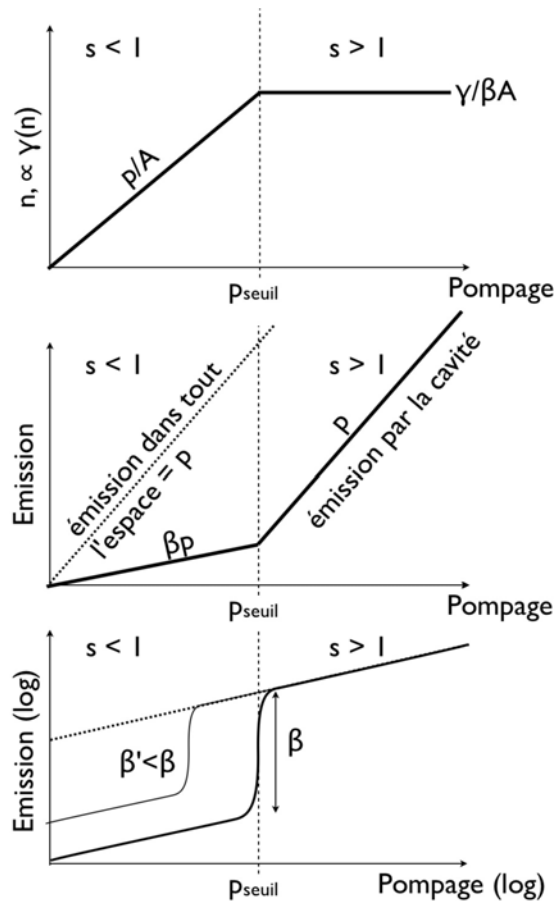
et

$$\beta p = s\gamma \Rightarrow s_{seuil} = \frac{\beta p_{seuil}}{\gamma} = 1$$

C'est-à-dire lorsqu'il y a plus de 1 photon dans le mode considéré.

Note : $p_{seuil} = \frac{\gamma}{\beta}$ est d'autant plus faible que la cavité est bonne (γ est petit et τ_p est grand).

Dans la pratique cela se réalise au prix d'une baisse du rendement différentiel car les autres mécanismes de perte des photons dans la cavité, dont nous n'avons pas tenu compte dans ce modèle ne sont plus négligeables.



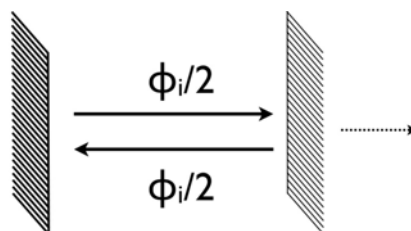
Caractéristiques émission-pompage.

Note : Lorsque $\beta \rightarrow 1$, le laser ne montre plus de seuil dans les courbes $S(p)$, il reste par contre une transition entre une émission incohérente et cohérente lorsque $s = 1$.

6.7 Efficacité externe et puissance émise.

Pour être plus quantitatif concernant les rendements et puissance émise, il faut prendre en compte les différents mécanismes de pertes optiques (recombinaisons non-radiatives, absorption etc...). Jusqu'à présent comme l'énergie injectée dans le milieu amplificateur ne pouvait être dissipée que optiquement, le rendement quantique était nécessairement unité. Dans cette partie on négligera l'émission spontanée qui ne joue plus un grand rôle une fois l'effet laser enclenché.

Soit ϕ_i le flux lumineux auquel est soumis le milieu amplificateur dans la cavité.



Emission du laser.

Nous avons vu dans ce qui précède que le gain était bloqué à la valeur seuil et égalait les pertes :

$$\gamma_{sat} = \frac{\gamma_0}{1 + \frac{\phi_i}{\phi_s}} = \alpha_{cav}$$

et l'inversion sature de même .

$$N_{sat} = \frac{N^0}{1 + \frac{\phi_i}{\phi_s}}$$

γ_0 et N^0 sont les valeurs du gain et de l'inversion à ϕ_i nul. Dans le cas d'un système idéal à quatre niveaux, ils sont proportionnels au taux de pompage ($N^0 = \tau_{sp} R$).

Lorsque le pompage augmente, une fois le seuil de l'émission laser passé, le gain γ est bloqué à sa valeur γ_{sat} ainsi que l'inversion $N = N_{sat}$, lorsque le pompage, R , augmente, N^0 augmente et ϕ_i aussi de façon à garder $N = N_{sat}$, et $\gamma = \gamma_{sat}$:

$$\gamma_{sat} = \frac{\gamma_0}{1 + \frac{\phi_i}{\phi_s}} = \alpha_{cav} \Rightarrow \phi_i = \phi_s \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_{cav}} - 1 \right)$$

or $\gamma_0 = N^0 \sigma(\nu)$ (voir cours amplificateurs) et $\gamma_{sat} = \alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \alpha_{cav} = N_{sat} \sigma(\nu)$

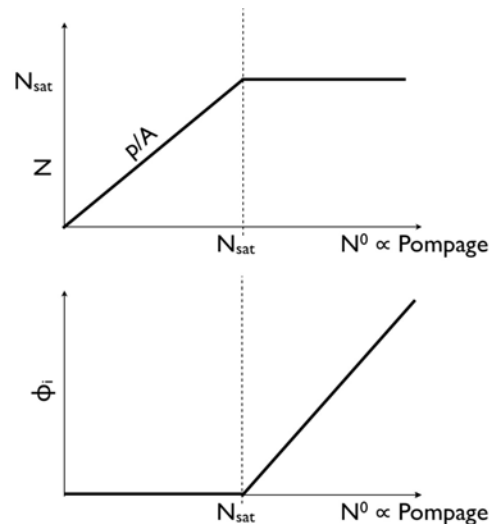
et ϕ_i peut s'écrire :

$$\phi_i = \phi_s \left(\frac{N^0}{N_{sat}} - 1 \right)$$

ou bien dans le cas idéal d'un système à quatre niveaux :

$$\phi_i = \phi_s \left(\frac{\tau_{sp} R}{N_{sat}} - 1 \right)$$

Nous retrouvons bien les résultats précédents cette fois ci sans la contribution de l'émission spontanée qui a été négligée mais avec une expression de N_{sat} qui prend en compte les pertes optiques dans la cavité.



Saturation du gain et de l'inversion au seuil.

Le flux émis par le miroir de sortie est alors : $S = T \frac{\phi_i}{2}$ où T est la transmission du miroir et l'intensité émise s'écrit :

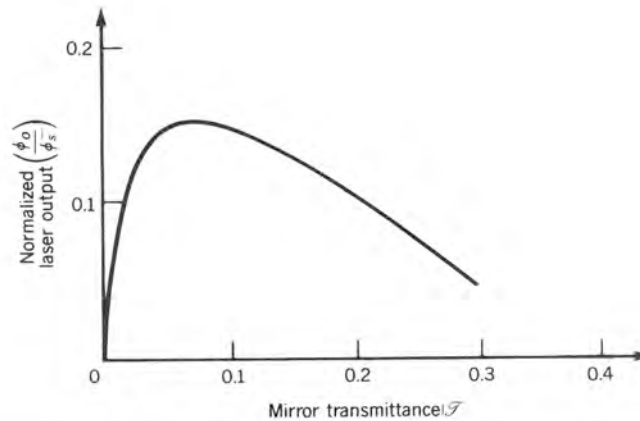
$$I_s = \frac{h\nu T_1 \phi_s}{2} \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}} - 1 \right)$$

comme $1 - R_1 \ll 1$: $\ln \frac{1}{R_1} = \ln \frac{1}{1 - T_1} \approx T_1$

$$I_s = \frac{h\nu T_1 \phi_s}{2} \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_2} + \frac{T_1}{2L}} - 1 \right)$$

Un exemple de la courbe $I_s(T_1)$ est illustré ci-dessous pour un ensemble particulier de valeurs de γ_0 , α , L et R_2 . L'intensité de sortie est maximum pour une valeur T_{opt} , pour $T_1 < T_{opt}$ le laser a un faible seuil mais la lumière est perdue dans la cavité avant d'être extraite, pour $T_1 > T_{opt}$ l'émission par le miroir de sortie est trop importante et la lumière est extraite alors qu'elle pourrait être plus amplifiée. Le point important ici est de remarquer que :

L'optimisation du résonateur laser est différente selon le paramètre à optimiser, seuil laser, puissance émise ou rendement quantique.



Optimisation de la puissance de sortie.

Le rendement quantique différentiel est défini comme le rapport .

$$\eta = \frac{\Delta \text{ nombre de photons émis dans le mode laser}}{\Delta \text{ nombre d'atomes excités}}$$

Les pertes dans la cavité s'écrivent :

$$\alpha_{cav} = \alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \frac{1}{c\tau_{cav}}$$

Dans le cas où l'émission utile ne se fait que par un des miroirs ($T_1 \ll T_2$) :

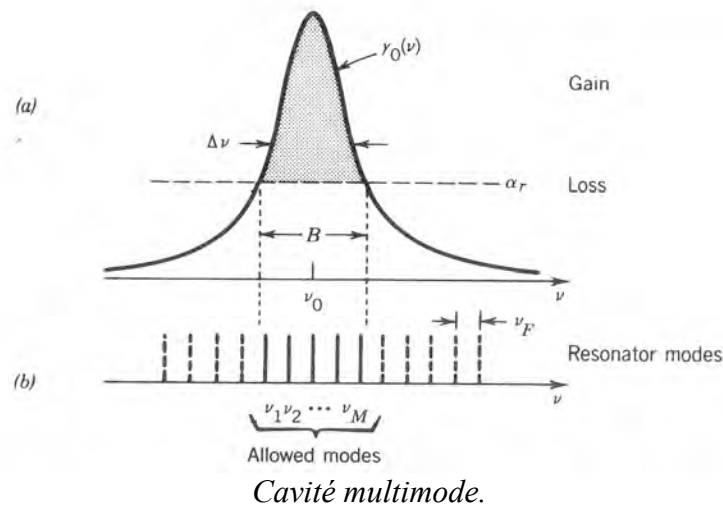
$$\eta = \frac{\Delta \text{ nombre de photons émis dans le mode laser}}{\Delta \text{ émission totale}} \frac{\Delta \text{ émission totale}}{\Delta \text{ nombre d'atomes excités}}$$

$$\eta = \frac{\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{c\tau_{cav}}} \eta_{rad} = \eta_{rad} \frac{c\tau_{cav}}{2L} \ln \frac{1}{1-T_1} \approx \eta_{rad} \frac{c\tau_{cav} T_1}{2L} = \eta_{rad} \frac{\tau_{cav}}{\tau_{AR}} T_1$$

L'efficacité externe s'exprime comme le rapport entre la durée de vie de la lumière dans la cavité et le temps nécessaire pour effectuer un aller-retour multiplié par la transmission du miroir de sortie. Le rendement radiatif, η_{rad} dépend des constantes de temps du milieu actif et du nombre de photons présents dans le mode.

6.8 Cas d'une cavité multimode.

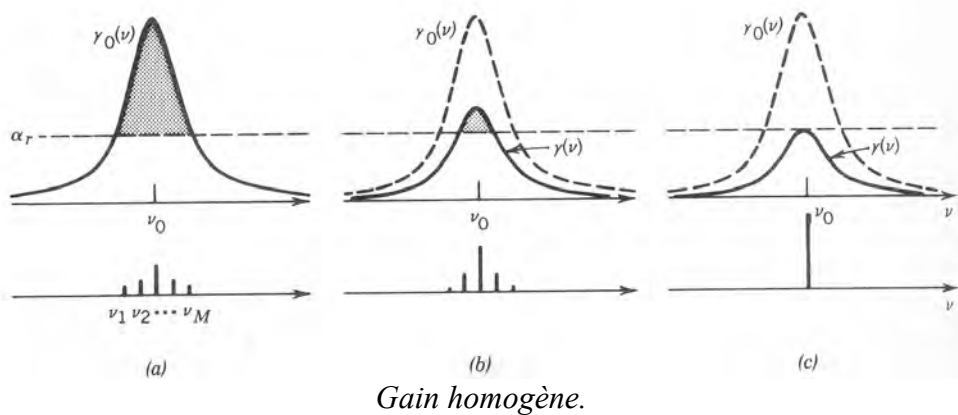
Il arrive souvent que la distribution de modes longitudinaux (liés à la longueur de la cavité) ou transverses (liés à leur profil spatial d'intensité, par exemple pour des modes de Hermite-Gauss) soit telle que plusieurs modes satisfassent initialement $\gamma > \gamma_{seuil}$.



Deux cas de figure peuvent alors se présenter :

6.8.1 Cas d'un gain homogène

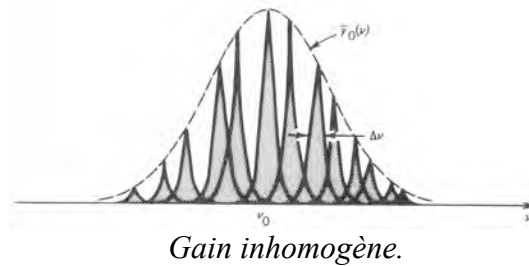
Il est important de comprendre que la courbe de gain (typiquement une Lorentzienne) résulte *d'un seul* mécanisme physique et que lors du processus de saturation du gain, elle se modifie selon une loi d'échelle, *sans changer de forme* spectrale. Si au temps $t = 0$, plusieurs modes commencent à laser, le mécanisme de saturation s'enclenche jusqu'à ce qu'en régime stationnaire il ne subsiste qu'un seul mode qui satisfait $\gamma = \gamma_{\text{sat}}$, tous les autres modes se sont éteints.



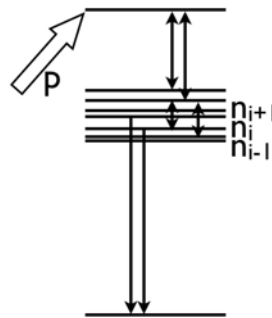
Un laser idéal en régime stationnaire est monomode.

6.8.2 Cas d'un gain inhomogène

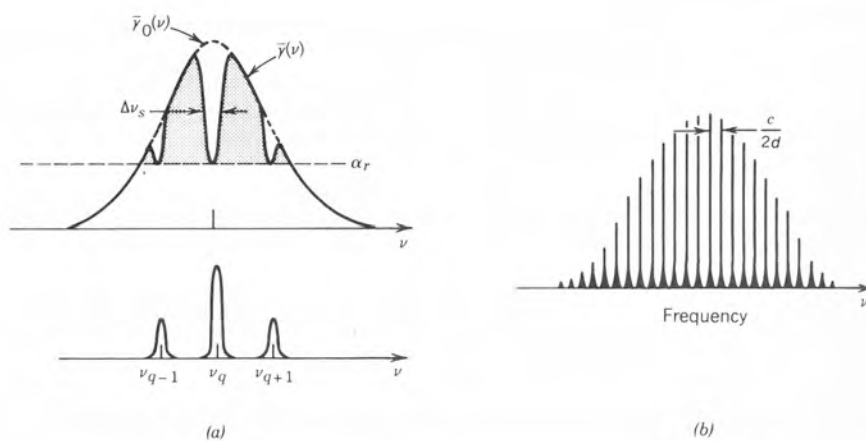
Dans ce cas la courbe de gain résulte de *différents* mécanismes physiques légèrement décalés en fréquence par les inhomogénéités locales dans le milieu amplificateur (environnement différent de l'ion dans le verre, etc...).



Dans ce cas le mécanisme de saturation de gain va affecter uniquement la composante à la fréquence du mode laser. Les autres composantes gardent une valeur qui est déterminée par la dynamique souvent complexe de la relaxation des populations des niveaux composants la courbe de gain. Le spectre du gain peut alors ressembler à celle décrite ci-dessous, où la saturation du gain va générer un trou dont la largeur est approximativement la largeur homogène de la transition et dont le minimum est égal aux pertes de la cavité. On parle de saturation spectrale locale du gain, anglais *spectral hole burning*. En régime stationnaire le laser demeure multi-mode.



Niveaux dans un système à gain inhomogène.



Spectre laser avec un gain inhomogène.

Note : il existe aussi un effet semblable sur la distribution spatiale qui sature là où le champ optique est le plus intense. On parle de saturation spatiale locale du gain, anglais *spatial hole burning*.

6.9 Largeur spectrale ultime d'un mode laser.

Les particularités les plus souvent mentionnées de l'émission laser sont sa grande brillance et sa très grande monochromaticité. On peut se demander quel est la limite ultime de la largeur

de raie de l'émission laser et quel mécanisme physique la détermine ? On peut penser au coefficient de qualité de la cavité ou à la largeur de raie (homogène) de la transition atomique dans l'amplificateur ou bien à la largeur de raie de la cavité au seuil laser. Ces trois réponses sont *extrêmement fausses* de plusieurs ordres de grandeur. Par exemple pour un laser helium-néon dont la cavité est formée de miroirs $R \approx 0,99$, on trouve des largeurs de mode de la cavité froide de quelques MHz, la largeur de la transition atomique est souvent dans les GHz. Les largeurs de raie expérimentales sont bien plus fines, de l'ordre du Hz parfois. Quant au temps de vie du photon dans la cavité lorsque le gain a compensé les pertes, il est théoriquement infini et sa largeur de raie est nulle.

En fait l'émission spontanée résiduelle de la transition amplificatrice est toujours présente. De par sa nature, elle reste aléatoire et elle induit des fluctuations de la phase du champ électromagnétique dans la cavité. Ces fluctuations vont limiter la largeur ultime de la raie laser. Leurs contributions vont être d'autant plus faibles que la part relative de l'émission spontanée est faible c'est-à-dire que le champ interne dans la cavité est grand. Schawlow et Townes ont montré que la largeur limite est donnée par :

$$\delta\nu_{ST} = \frac{\delta\nu_{cav}}{\bar{n}} \quad \text{Largeur de raie Schawlow-Townes}$$

où \bar{n} est le nombre moyen de photon dans la cavité. On voit que la première réponse est correcte pour $\bar{n} = 1$, au seuil et que la largeur de raie tend vers 0 (troisième hypothèse) mais pour $\bar{n} \rightarrow \infty$. On peut aussi exprimer cette relation en fonction de la puissance de sortie du laser :

$$\delta\nu_{cav} = \frac{1}{2\pi\tau_{cav}} \quad \text{et} \quad I = \bar{n} \frac{h\nu}{\tau_{cav}} \Rightarrow$$

$$\delta\nu_{ST} = \frac{h\nu}{2\pi\tau_{cav}^2 I} \quad \text{Largeur de raie Schawlow-Townes}$$

Une démonstration (hors programme) peut être trouvée par exemple dans le livre de Rosencher et Vinter (pages 147-153). Elle introduit pour cela la notion d'équation de Langevin pour les mécanismes stochastiques, d'équation de diffusion de la phase et donne un bel exemple d'application du théorème de Wiener-Khinchine (voir chapitre sur la cohérence).

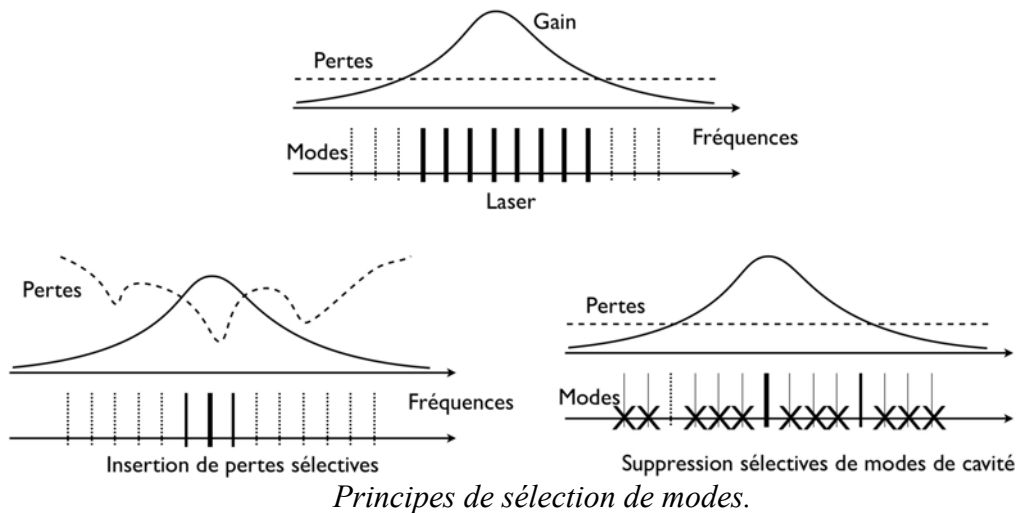
6.10 Exemples particuliers.

Dans ce dernier chapitre nous allons voir quelques exemples de cavités laser un peu plus élaborées et performantes qu'une simple cavité Fabry-Perot.

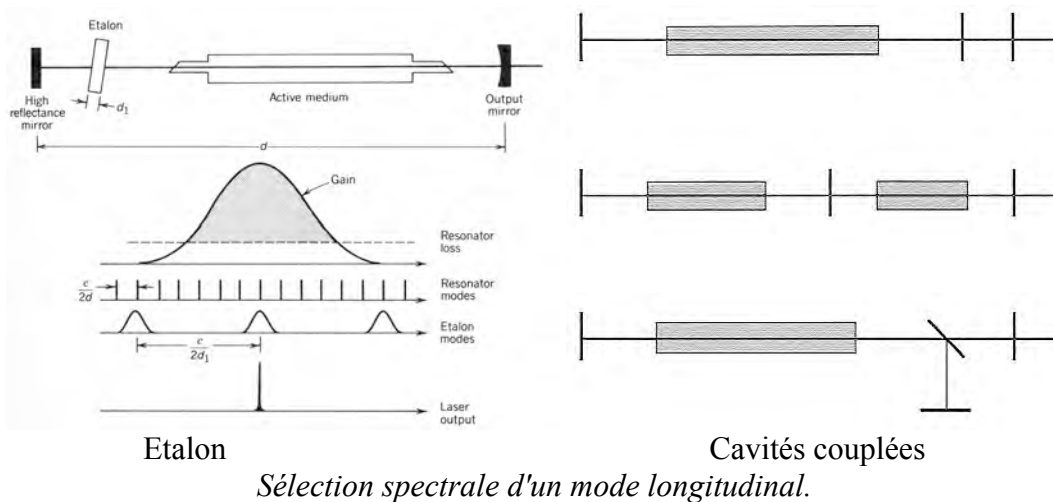
6.10.1 Sélection spectrale d'un mode longitudinal

Pour beaucoup d'applications, le contrôle du spectre du laser est important, Il s'agit souvent d'assurer que le laser est bien mono-mode. Même avec un milieu actif dont la largeur est

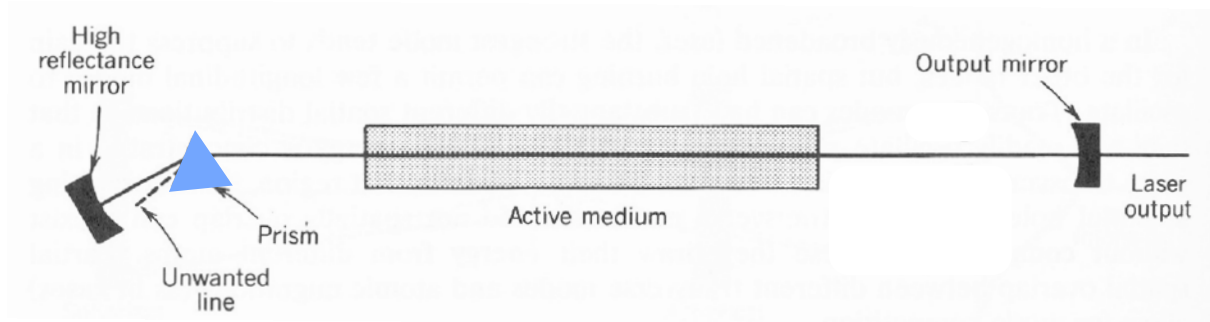
homogène, il peut arriver que plusieurs modes oscillent en addition du mode principal. Ceci est dû au couplage entre ces modes par l'émission spontanée. Pour obtenir une meilleure pureté spectrale du laser des filtres sélectifs en longueur d'onde doivent être rajoutés *dans* la cavité afin d'augmenter sensiblement les pertes optiques sur les autres modes ou bien de rendre plus sélectif la condition de résonance des modes du résonateur.



Cela peut se faire par l'insertion d'un prisme ou bien d'un étalon optique ou encore en travaillant avec des résonateur couplés, dans ce cas en utilisant un effet de Vernier, seul le mode qui coïncide dans les deux cavités peut atteindre le seuil laser. Le principe général est de contrôler spectralement la forme de la courbe des pertes par aller-retour ou bien de faire en sorte que les modes concurrents n'existent plus.



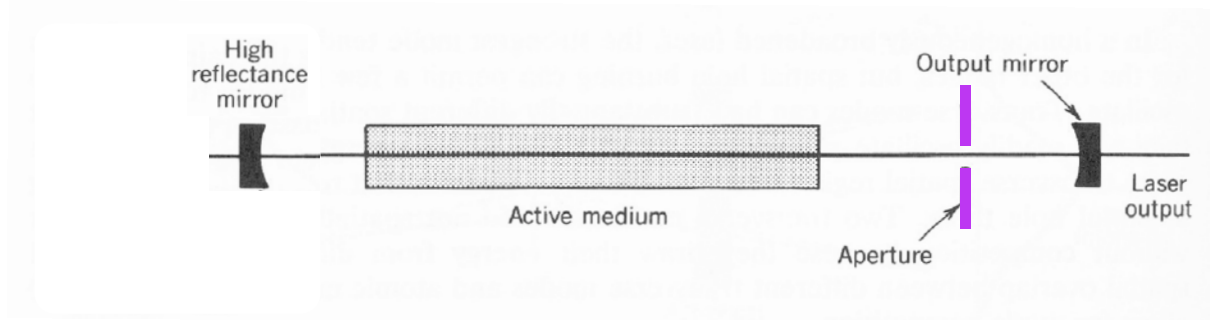
Note : Si la courbe de gain est spectralement très large (colorant, Ti-saphir etc...), ces mêmes configurations peuvent être utilisés pour réaliser un laser accordable dont la longueur est déterminée par la rotation du prisme ou de l'étalon.



Laser accordable, élément dispersif ici un prisme.

6.10.2 Sélection spectrale d'un mode transverse

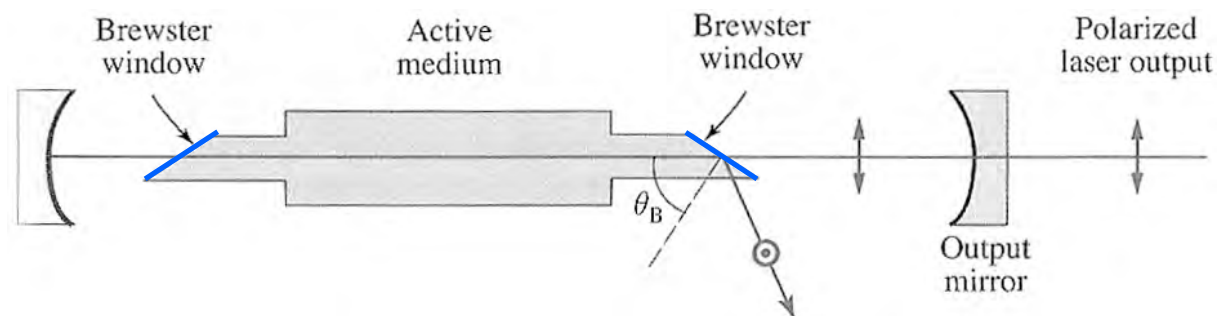
Les modes transverse ont des distributions spatiales de l'énergie différentes et une ouverture ou un filtre spatial de forme bien choisie peut être utilisée pour atténuer sélectivement un mode transverse par rapport à un autre.



Sélection spectrale d'un mode longitudinal, filtrage spatial ici un diaphragme.

6.10.3 Sélection de la polarisation

Un polariseur externe n'est pas une bonne approche car la moitié de la puissance émise peut être perdue et les deux modes de polarisation orthogonale peuvent donner lieu à des instabilités. Il est bien préférable d'insérer un élément dont les pertes sont différentes pour chaque polarisation. Pour cela des fenêtres inclinées à l'angle de Brewster pour lesquelles $T_{TM} = 0$ et $T_{TE} \neq 0$ sont fréquemment utilisées.



Sélection spectrale de la polarisation.

6.10.4 Lasers impulsionnels

Nous avons étudié dans ce qui précède les lasers en régime continu. Les équations de bilan établies dans ce chapitre :

Population atomique :
$$\frac{dn}{dt} = p - (1 - \beta)An - \beta A(1 + s)n$$

Nombre de photons :
$$\frac{ds}{dt} = \beta A(1 + s)n - \gamma s$$

que l'on peut généraliser à N_i niveaux et N_j modes :

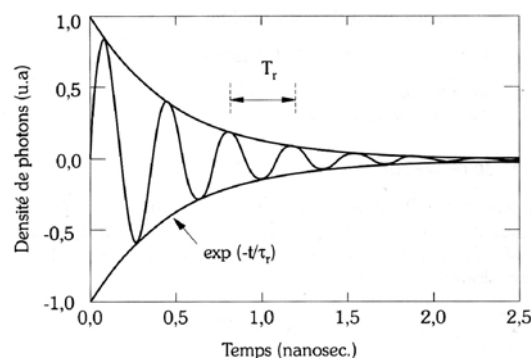
Populations atomiques :
$$\frac{dn_i}{dt} = p_i - (1 - \beta_i)An_i - \sum_j \beta_j A(1 + s_j)n_i + \sum_k \gamma_{ik}(n_k - n_i)$$

Nombres de photons :
$$\frac{ds_j}{dt} = \sum_i \beta_i A(1 + s_j)n_i - \gamma_j s_j$$

Ce sont des *équations différentielles couplées* qui peuvent donner lieu à des dynamiques très complexes. C'est ce couplage qui peut être mis à profit pour générer des lasers à impulsions ultra-courtes. Ce sujet très vaste fera l'objet d'une partie importante du cours d'Optique III. On ne mentionnera ici que les quelques mots-clés pour introduire ce sujet.

6.10.5 Oscillations de relaxation

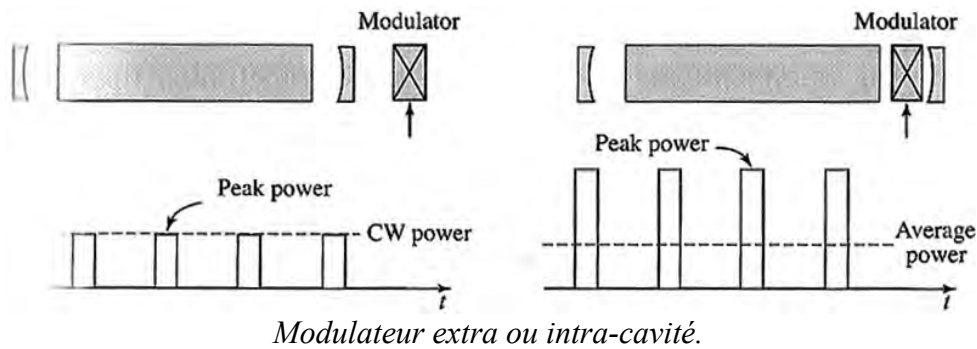
Si au temps $t = 0$ le gain du milieu amplificateur est brusquement augmenté, il peut se faire que la dynamique du retour aux valeurs stationnaires (gain = pertes) soit sous-amortie et donne lieu à des oscillations où les population de photons et atomiques évoluent en opposition de phase. Ce phénomène porte le nom d'*oscillations de relaxation*. La fréquence des oscillations dépend de l'écart de l'inversion de population à sa valeur d'équilibre ($N - N_{\text{sat}}$) et l'amortissement dépend de τ_{cav} et de $N - N_{\text{sat}}$. Physiquement, lorsque les temps de relaxation sont tels que l'inversion N^0 s'établit plus vite que le nombre de photons dans la cavité, il faut plusieurs allers-retours pour atteindre l'équilibre, ce qui donne lieu à des oscillations de relaxation. Dans d'autres cas ΔN réagit très vite et ΔN suit de manière quasi-statique la population de photons. L'exploitation de ce genre d'effets est à la base du fonctionnement de lasers impulsions.



Oscillations de relaxations

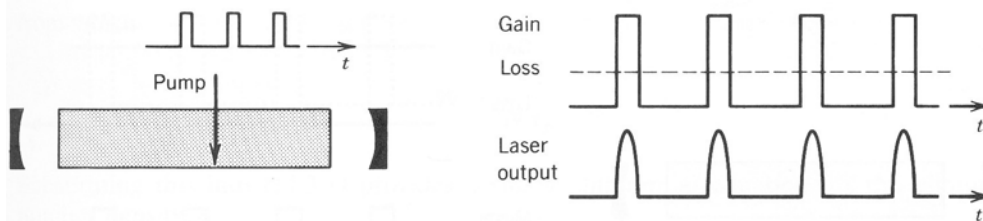
Pour générer des impulsions laser courtes, l'idée la plus simple est d'utiliser en sortie du laser un modulateur dont la transmission dépend d'une commande externe. Cette technique n'est pas très efficace car une grande partie de la lumière est perdue et il n'est pas possible d'obtenir des intensités supérieures à l'intensité en continu. De plus les temps de réponse de ces

modulateurs ne sont pas très courts. On peut faire beaucoup plus performant en agissant à l'intérieur de la cavité laser.



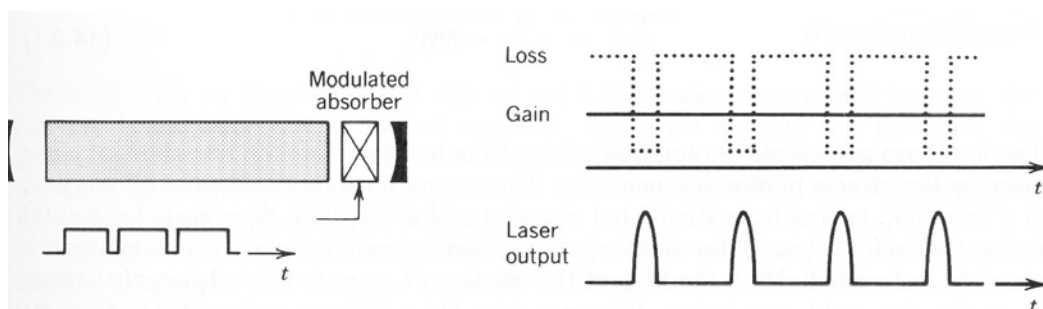
6.10.6 Modulation de gain (gain switching)

L'approche la plus directe consiste à moduler directement le gain du milieu autour de la valeur seuil et ainsi d'allumer et éteindre brièvement le laser. C'est la technique la plus couramment utilisée et la plus facile à mettre en œuvre pour autant que l'on ne désire pas obtenir des impulsions très courtes. Cette technique porte le nom de *modulation de gain (gain switching)*

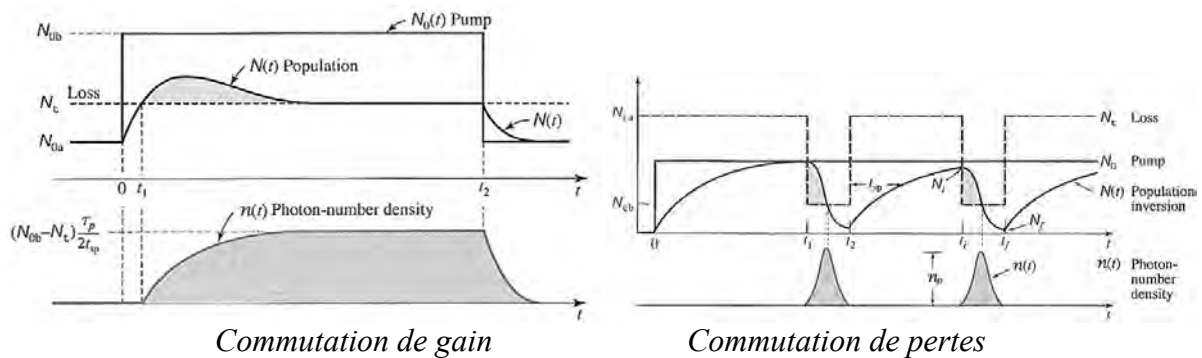


6.10.7 Commutation de pertes (Q-switching)

Une autre technique consiste à insérer dans la cavité un milieu dont la modulation de la réponse sera plus rapide que ce qui peut être obtenu avec une modulation directe du gain. Le principe est d'allumer et d'éteindre le laser en modifiant le facteur de qualité de la cavité en modulant l'absorption d'un milieu absorbant placé dans la cavité. Lorsque la cavité présente beaucoup de pertes, le gain est élevé (il n'est pas saturé) et beaucoup d'énergie est stockée dans le milieu amplificateur sous forme d'une grande inversion de population. Lorsque les pertes sont réduites, le système "lase" et toute l'énergie stockée sous forme d'inversion de population est relâchée sous la forme d'une impulsion lumineuse très courte. Cette technique porte le nom de *commutation de pertes (Q-switching)*.

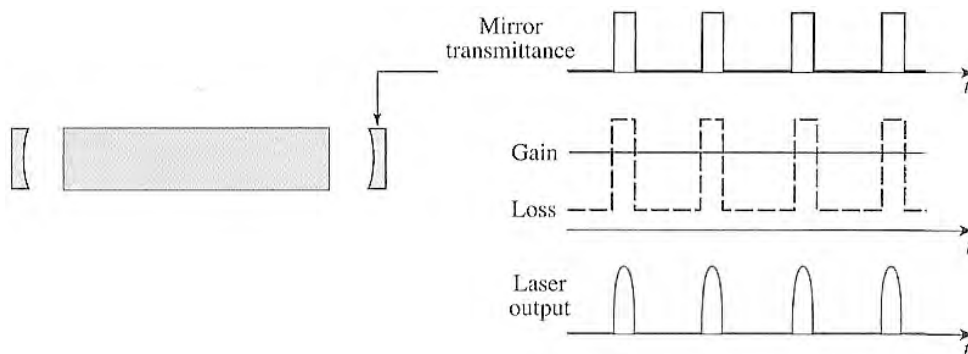


Plus techniquement, dans la commutation de gain, on module N^0 , alors que dans la commutation de pertes on module les pertes au seuil et donc N_{sat} .



6.10.8 Décharge de mode (mode dumping)

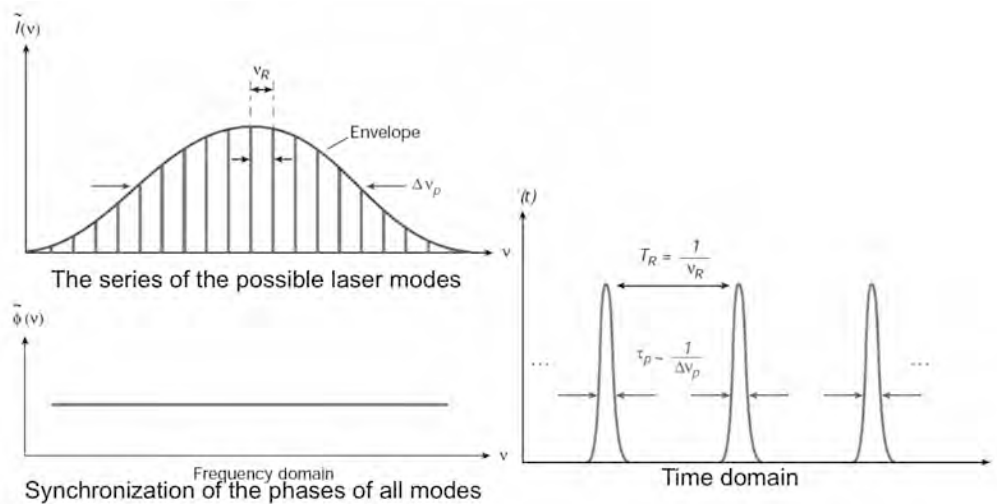
Dans cette technique, on module la transmission du miroir de sortie. Par opposition à la commutation de pertes, ici l'énergie est stockée sous forme d'énergie lumineuse dans la cavité et c'est lorsque l'on diminue le facteur de qualité de la cavité en diminuant la transmission du miroir de sortie que l'impulsion lumineuse est générée, un peu lorsque l'on vide brusquement un saut d'eau qui a été rempli lentement.



Décharge de mode (mode dumping).

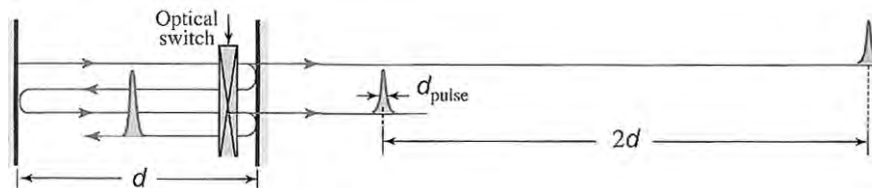
6.10.9 Verrouillage de modes (mode locking)

Cette dernière technique consiste à utiliser les différents modes d'un laser multimode. Le principe peut être décrit comme suit : Si les modes opèrent indépendamment les uns des autres, sans relation de phase déterminée entre eux, l'émission totale sera un signal continu plus ou moins bruité (égal à la transformée de Fourier du spectre d'émission). Par contre s'il est possible de contrôler le déphasage entre chacun de ces modes, on peut sélectionner des conditions telles que la transformée de Fourier du spectre (donc l'évolution temporelle du signal) consiste en une série d'impulsions dont la durée dépend de la largeur de l'enveloppe du spectre et le taux de répétition la séparation $c/2L$ entre chaque mode, c'est à dire le temps nécessaire pour effectuer un aller-retour dans la cavité. Ceci illustre le fait que deux signaux très différents peuvent avoir des spectres de Fourier $S(\nu)$ très semblables en puissance et toute la différence entre ces deux signaux réside dans le spectre de la phase $\phi(\nu)$.



Principe du verrouillage de modes (mode locking).

Cette technique porte le nom de *verrouillage de modes (mode locking)*. On peut distinguer deux méthodes, verrouillage de mode *actif* ou *passif*. Lorsqu'un tel laser fonctionne, la transformée de Fourier inverse décrit une impulsion très courte effectuant des allers-retour dans la cavité et à chaque réflexion sur le miroir de sortie une partie est transmise, générant un train périodique d'impulsions très courtes. Le principe est de forcer le laser à travailler dans ce régime, à nouveau en faisant de sorte que les autres régimes subissent plus de pertes.



Verrouillage de modes (mode locking).

Dans le verrouillage de mode actif, un milieu dont les pertes sont modulées à la fréquence d'un aller-retour est inséré dans la cavité. Les seuls modes qui peuvent exister sont ceux pour lesquels l'impulsion traverse cette porte optique lorsqu'elle est sans pertes, dans les autres cas les pertes sont trop importantes et l'oscillation laser ne peut pas s'établir. Dans la pratique il suffit d'attendre que par chance les différents modes de la cavité émettent avec la bonne condition de phase. Une fois que cet événement s'est produit, le laser continue à fonctionner sur ce mode.

Dans le verrouillage de mode passif, la fonction de porte optique est remplie par un absorbant saturable, c'est-à-dire un milieu tel qu'il est opaque pour les faibles intensités et devient transparent à forte intensité, c'est à dire lorsque l'impulsion lumineuse intense verrouillée en phase traverse le milieu. Avec ces techniques des impulsions de quelques femtosecondes (10^{-15} s) peuvent être obtenues.