

Cours d'optique II

Physique

Bachelor semestre 6

2017-2018

-5- Interaction lumière-atomes

Romuald Houdré

Institut de Physique de la Matière Condensée, FSB
romuald.houdre@epfl.ch
Tel: 35487

1

Plan

I Introduction

- 1.1 Rappels Optique I
- 1.2 Survol Optique II

2 Cohérence

- 2.1 Introduction.
- 2.2 Intensité spectrale, durée et longueur de cohérence.
- 2.3 Largeur de cohérence, étendue spatiale de la source.
- 2.4 Degré complexe de cohérence temporelle.
- 2.5 Présentation plus formelle de la cohérence temporelle.
- 2.6 Degré de cohérence spatiale.
- 2.7 Formulation générale de la cohérence.
- 2.8 Polarisation partielle.

3 Rayonnement électromagnétique du corps noir et photométrie

- 3.1 Introduction.
- 3.2 Phénoménologie du rayonnement du corps noir.
- 3.3 Photométrie.
- 3.4 Densité d'états de modes électromagnétiques.
- 3.5 Rayonnement électromagnétique du corps noir.

4 Photons

- 4.1 Introduction.
- 4.2 Quelques expériences fondatrices simples.

- 4.3 Quantification du champ électromagnétique.
- 4.4 Propriétés élémentaires du photon.
- 4.5 Statistique des photons.
- 4.6 Etats quantiques de la lumière.
- 4.7 Remarques sur certains lieux communs sur le photon.

5 Interaction lumière-atomes

- 5.1 Introduction.
- 5.2 Interaction entre une onde électromagnétique et un atome.
- 5.3 Quelques remarques sur l'interaction matière-rayonnement.

6 Lasers

- 6.1 Amplificateur optique.
- 6.2 Résonateur optique.
- 6.3 Laser, description qualitative.
- 6.4 Seuil laser.
- 6.5 Fréquence d'émission laser.
- 6.6 Equations de bilan.
- 6.7 Efficacité externe et puissance émise.
- 6.8 Cas d'une cavité multimode.
- 6.9 Largeur spectrale ultime d'un mode laser.
- 6.10 Exemples particuliers.

2

Bibliographie:

* **Fundamentals of photonics** / B.E.A. Saleh et M.C. Tech, en anglais

* **Optoélectronique** / E. Rosencher et B. Vinter, en français

* **Lasers and electro-optics** / C.C. Davis, en anglais

* **Principle of optics** / M. Born et E. Wolf, en anglais

* **Quantum theory of light** / R. Loudon

* **Electrodynamique et optique quantiques** / F. Reuse

Interaction onde électromagnétique - atome

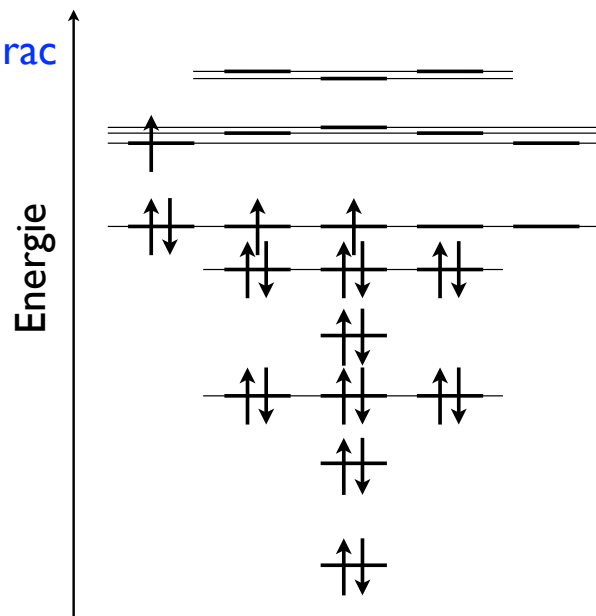
Atome

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{e^{\frac{\mathcal{E}-\mathcal{E}_F}{kT}} + 1} \quad \text{Fermi-Dirac}$$

Maxwell-Boltzmann, $E \gg E_F$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{(E_2-E_1)}{kT}}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{(E_2-E_1)}{kT}}$$



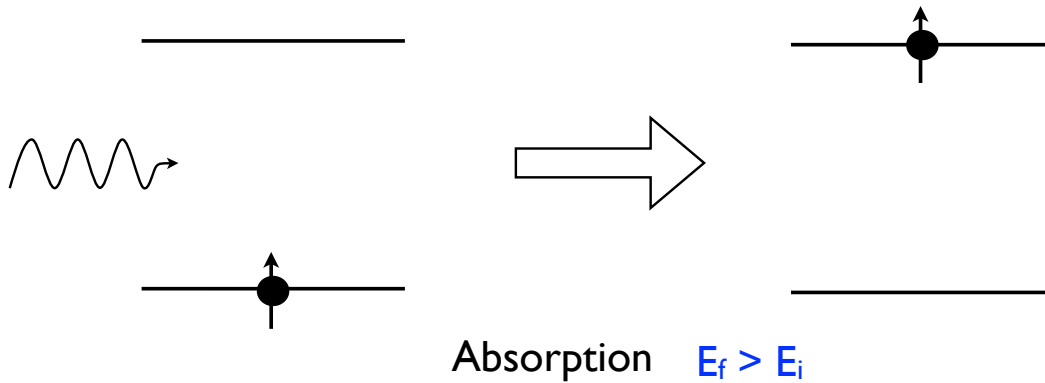
Interaction onde électromagnétique - atome

Lumière

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

Interaction

$$|E_2 - E_1| = h\nu$$



5

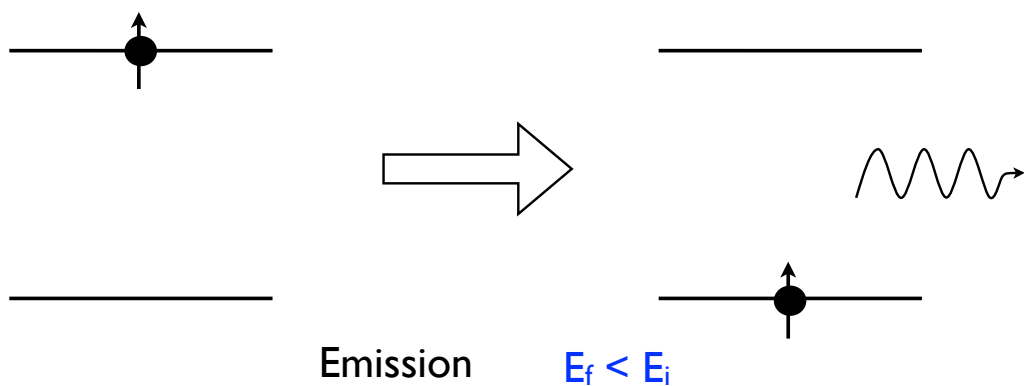
Interaction onde électromagnétique - atome

Lumière

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

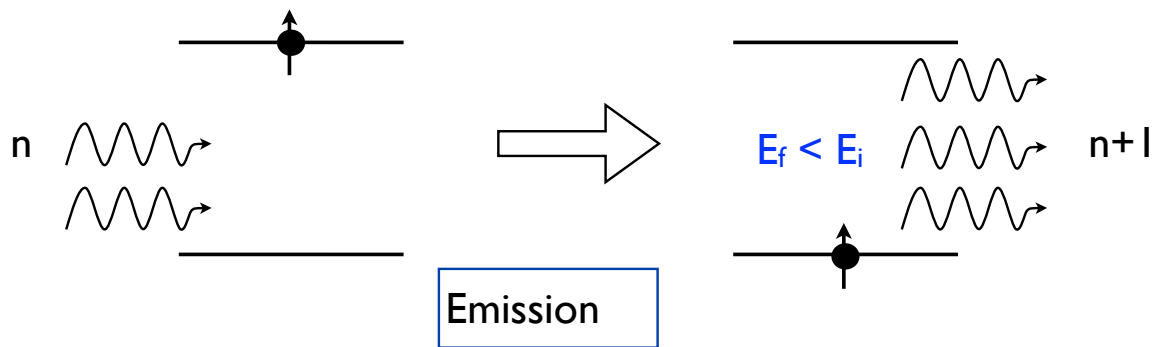
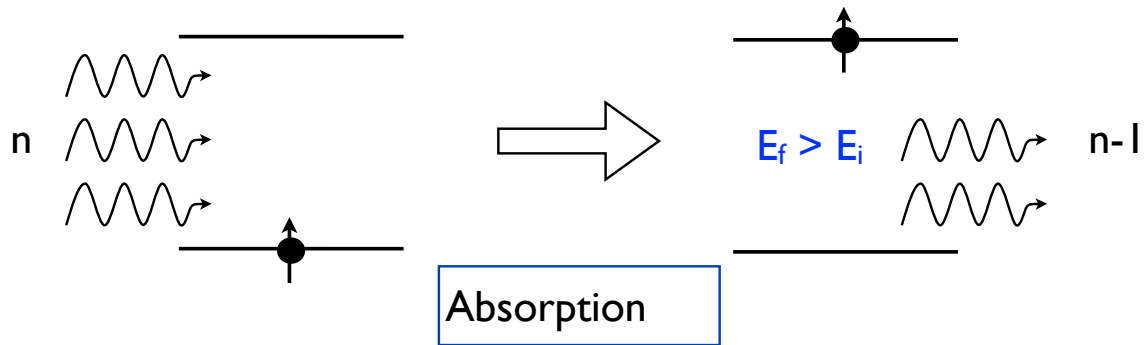
Interaction

$$|E_2 - E_1| = h\nu$$

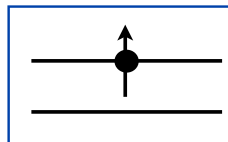
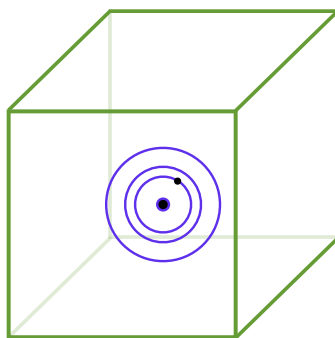


6

Interaction onde électromagnétique - atome



Emission spontanée



$$\rho_{3D}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

$$P_{\text{spont.}} \propto \frac{1}{V}$$

pour un mode ν donné,
densité de probabilité par
unité de temps

$$P_{\text{spont.}} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

$\sigma(\nu)$ Section efficace de la transition \propto surface $[L]^2$

N atomes

$$P_{\text{spont.}} = N \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

$$P_{\text{spont.}} = \int_0^{+\infty} \frac{c}{V} \sigma(\nu) V \rho_{3D}(\nu) d\nu$$

$$g(\nu) = \frac{\sigma(\nu)}{\int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu}$$

$$S = \int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu$$

Emission spontanée

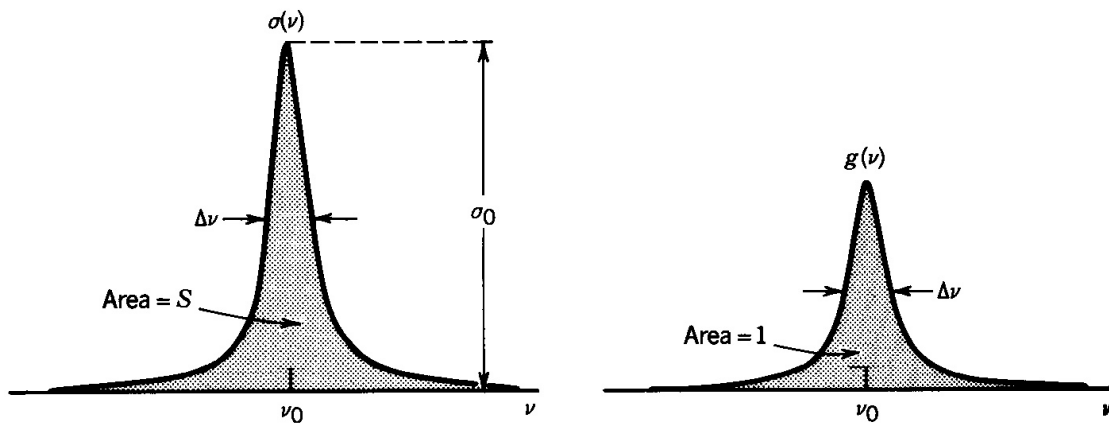
$$P_{\text{spont.}} = \int_0^{+\infty} \frac{c}{V} \sigma(\nu) V \rho_{3D}(\nu) d\nu$$

$$g(\nu) = \frac{\sigma(\nu)}{\int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu}$$

Fonction spectrale

$$S = \int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu$$

Force de la transition $\propto [L]^2 [T]^{-1}$



9

Emission spontanée

$$P_{\text{spont.}} = \int_0^{+\infty} \frac{c}{V} \sigma(\nu) V \rho_{3D}(\nu) d\nu \quad S = \int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu$$

$$P_{\text{spont.}} = \rho_{3D}(\nu_0) c S = \frac{8\pi\nu_0^2}{c^3} c S$$

$$P_{\text{spont.}} = \frac{8\pi}{\lambda_0^2} S$$

Taux d'émission spontanée

$$\frac{dN}{dt} = -N P_{\text{spont.}}$$

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_{\text{sp}}}$$

$$= -N \frac{8\pi}{\lambda_0^2} S$$

$$\tau_{\text{sp}} = \frac{\lambda_0^2}{8\pi S}$$

10

Emission spontanée

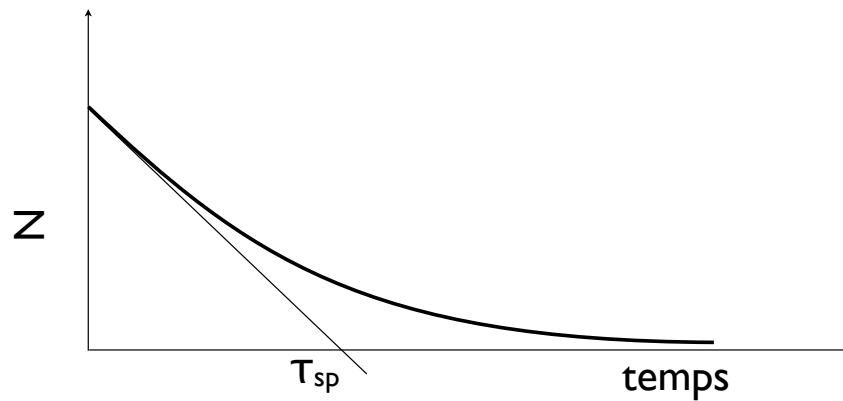
$$P_{\text{spont.}} = \frac{8\pi}{\lambda_0^2} S$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{sp}}}$$

Taux d'émission spontanée

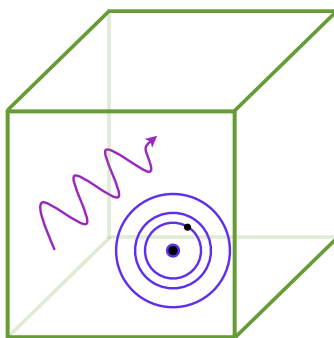
$$\tau_{\text{sp}} = \frac{\lambda_0^2}{8\pi S}$$

Durée de vie de l'émission spontanée



11

Absorption



$$P_{\text{abs.}} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

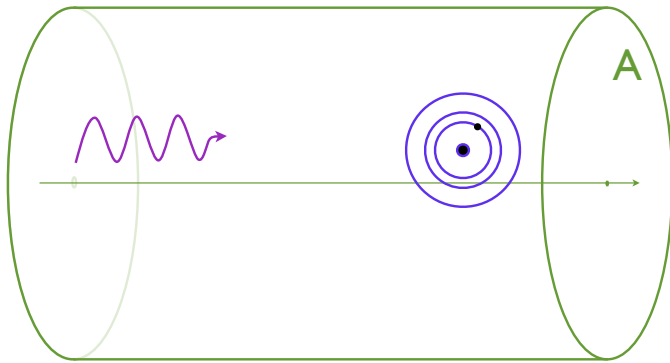
pour un photon dans un mode ν donné

$$P_{\text{abs.}} = \bar{n} \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

pour n photon dans un mode ν donné

12

Absorption



$$P_{abs} = \bar{n} \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

$$\vec{J} = \rho \vec{\sigma} \quad \rho_{em} = \frac{J}{c} \quad \rho V = J \frac{V}{c}$$

$$\bar{n} = \frac{J}{h\nu} \frac{V}{c} = \phi \frac{V}{c}$$

$$P_{abs.} = \phi \sigma(\nu) \quad \text{Taux d'absorption}$$

13

Absorption

$$P_{abs} = \bar{n} \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

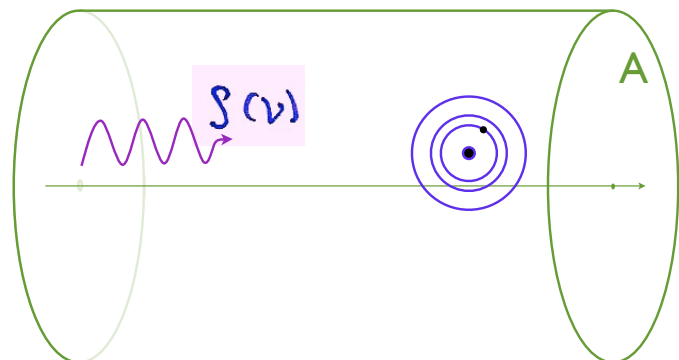
$$d\bar{n} = \frac{S(\nu)V d\nu}{h\nu}$$

$$P_{abs.} = \int_0^{+\infty} \frac{S(\nu)V}{h\nu} \frac{c}{V} \sigma(\nu) d\nu$$

$$= \frac{S(\nu_0)}{h\nu_0} c \int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu$$

$$= \frac{S(\nu_0)}{h\nu_0} c S$$

$$= \frac{S(\nu_0)}{h\nu_0} c \frac{d_0^2}{8\pi \tau_{sp}}$$



$$P_{abs.} = \frac{d_0^3}{8\pi h} S(\nu_0) \frac{1}{\tau_{sp}}$$

Taux d'absorption

14

Absorption

$$P_{\text{abs.}} = \frac{\lambda_0^3}{8\pi h} \rho(\nu_0) \frac{1}{\tau_{\text{sp}}}$$

Taux d'absorption

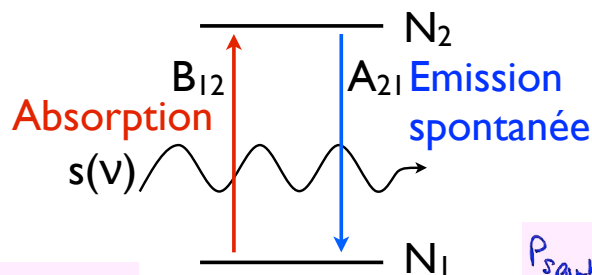
$$\frac{\lambda_0^3}{8\pi h} \rho(\nu_0) = \frac{c^3}{8\pi h \nu_0^3} \rho(\nu_0) = \frac{c^3}{8\pi \nu_0^2} \frac{\rho(\nu_0)}{h \nu_0} = \frac{\rho(\nu_0)}{\rho_{3\gamma}(\nu_0) h \nu_0}$$

$$P_{\text{abs.}} = \frac{\bar{n}}{\tau_{\text{sp.}}}$$

Taux d'absorption

15

Emission stimulée



$$P_{\text{abs.}} = N_1 \frac{c^3}{8\pi h \nu_0^3} \rho(\nu_0) \frac{1}{\tau_{\text{sp}}}$$

$$P_{\text{spont.}} = \frac{N_2}{\tau_{\text{sp.}}}$$

$$P_{\text{abs.}} = N_1 B_{12} \rho(\nu_0)$$

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_{\text{sp.}}}$$

$$B_{12} = \frac{c^3}{8\pi h \nu_0^3} \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} = \frac{c^3}{8\pi h \nu_0^3} A_{21}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = - \frac{dN_1}{dt} = - N_2 A_{21} + N_1 B_{12} \rho(\nu_0) = 0$$

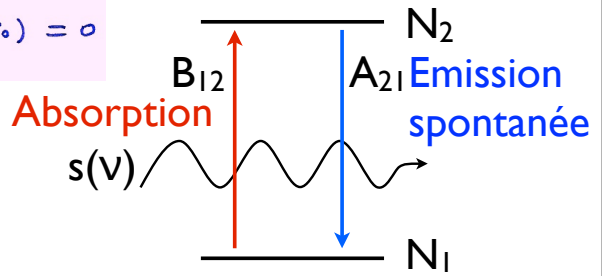
16

Emission stimulée

$$\frac{dN_2}{dt} = - \frac{dN_1}{dt} = - N_2 A_{21} + N_1 B_{12} s(\nu_0) = 0$$

- $s(\nu_0) = \frac{N_2}{N_1} \frac{A_{21}}{B_{12}}$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{(E_2-E_1)}{kT}} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}}}$$



Maxwell-Boltzmann

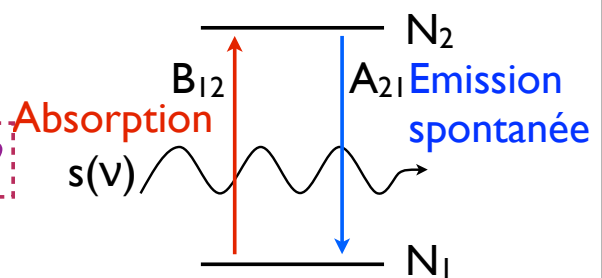
- Corps noir $s(\nu_0) = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3 (e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1)} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}$

Emission stimulée

- $s(\nu_0) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}}}$

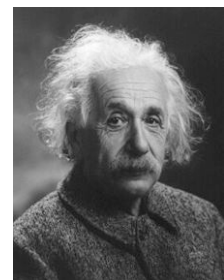
- $s(\nu_0) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}$

∇T ???



$$s(\nu_0) = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1} = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - B_{21}}$$

Einstein 1916



Albert Einstein
1879-1955

Emission stimulée

$$s(\nu_0) = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - B_{21}}$$

$$P_{st} = N_2 B_{21} s(\nu_0) \quad \text{Emission}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = - \frac{dN_1}{dt} = - N_2 A_{21} - N_2 B_{21} s(\nu_0) + N_1 B_{12} s(\nu_0) = 0$$

$$s(\nu_0) = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}$$

$$A = A_{21} = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} B_{21} \quad B_{12} = B_{21} = B \quad \text{Relations d'Einstein}$$

19

Emission stimulée

$$P_{st} = N_2 B_{21} s(\nu_0)$$

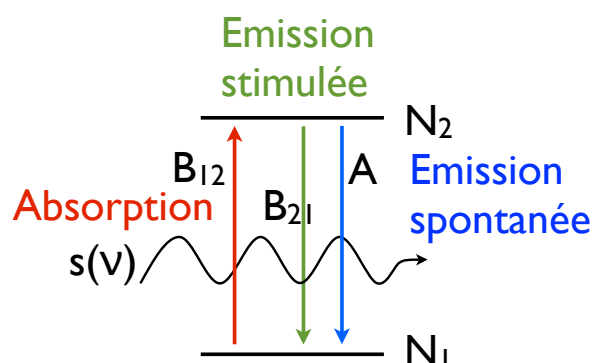
$$P_{st} = \frac{\bar{n}}{\sigma_{sp}}$$

Emission stimulée

$$A = A_{21} = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} B_{21}$$

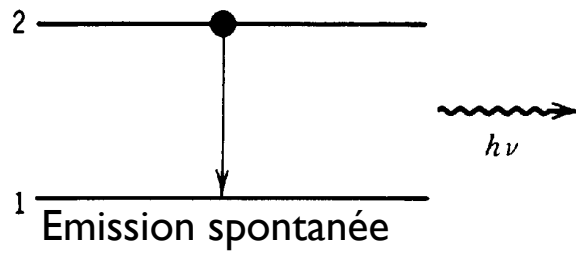
$$B_{12} = B_{21} = B$$

Relations d'Einstein



20

Synthèse



1 atome, 1 mode

$$P_{spont} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

N_2 atomes, tous les modes présents

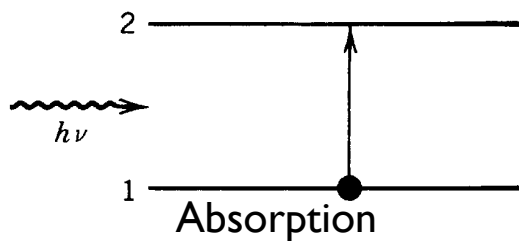
$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_{sp}} = -AN_2$$

Temps d'émission spontanée

$$\tau_{sp} = \frac{\lambda_0^2}{8\pi S} \text{ et } S = \int_0^{+\infty} \sigma(\nu) d\nu$$

21

Synthèse



1 atome, 1 mode, 1 photon

$$P_{abs} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

N_1 atomes, ϕ_i incident $[n_{photons}][L]^{-2}[T]^{-1}$

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 \frac{\bar{n}}{\tau_{sp}}$$

$s(\nu)$ $[W_{travail}][L]^{-3}[T]$

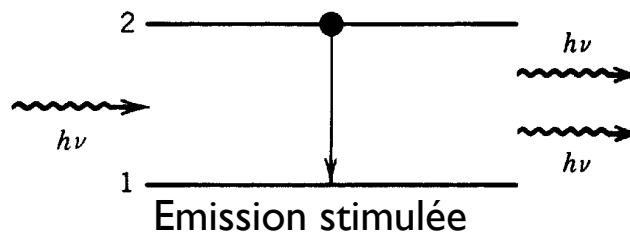
$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 \frac{\lambda_0^3}{8\pi h \tau_{sp}} s(\nu_0) = -N_1 B_{12} s(\nu_0)$$

$W_i = \phi_i \sigma(\nu)$ $[n_{photons}][T]^{-1}$

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 \phi_i \sigma(\nu) = -N_1 W_i$$

22

Synthèse



1 atome, 1 mode, 1 photon

$$P_{st} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

N_2 atomes, ϕ_i incident, $s(\nu)$, W_i

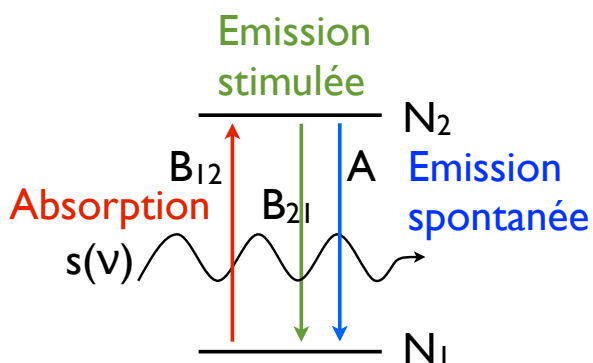
$$\frac{dN_2}{dt} = -N_2 \frac{\bar{n}}{\tau_{sp}}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -N_2 B_{21} s(\nu_0)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -N_2 \phi_i \sigma(\nu) = -N_2 W_i$$

23

Synthèse



$$B = B_{12} = B_{21} \quad \text{et} \quad \frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu_0^3}{c^3}$$

Relations d'Einstein

la somme des mécanismes de recombinaison est : $\frac{dN_2}{dt} = -\frac{(1 + \bar{n})}{\tau_{sp}} N_2$

$$\frac{dN_2}{dt} = -AN_2 - N_2 B s(\nu_0) = -AN_2 - N_2 W_i$$

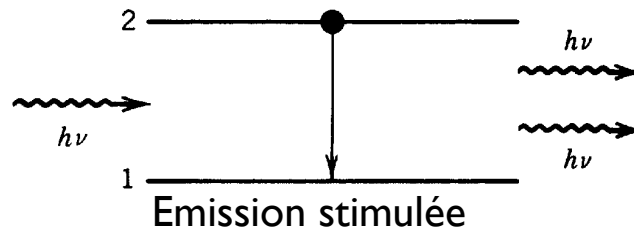
et l'absorption :

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{\bar{n}}{\tau_{sp}} N_1 = -N_1 B s(\nu_0) = -N_1 W_i$$

24

Addendum

Emission stimulée

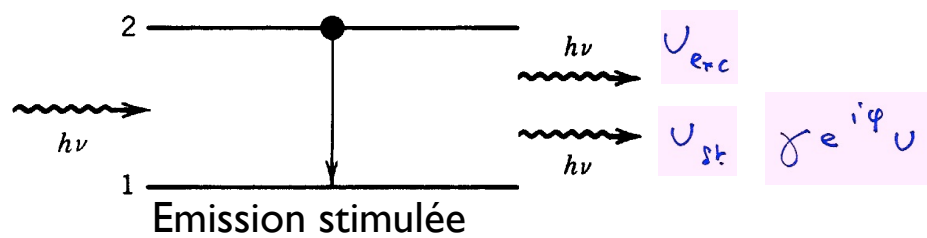


Photon stimulé :

| | | |
|-------------------|------|--------------------------|
| même énergie | ✓ | même fréquence |
| même polarisation | ✓ | états propres différents |
| même phase | ???? | |

Addendum

Emission stimulée



Photon stimulé : même phase ????

- $U = U_{e+c} + U_{st}$

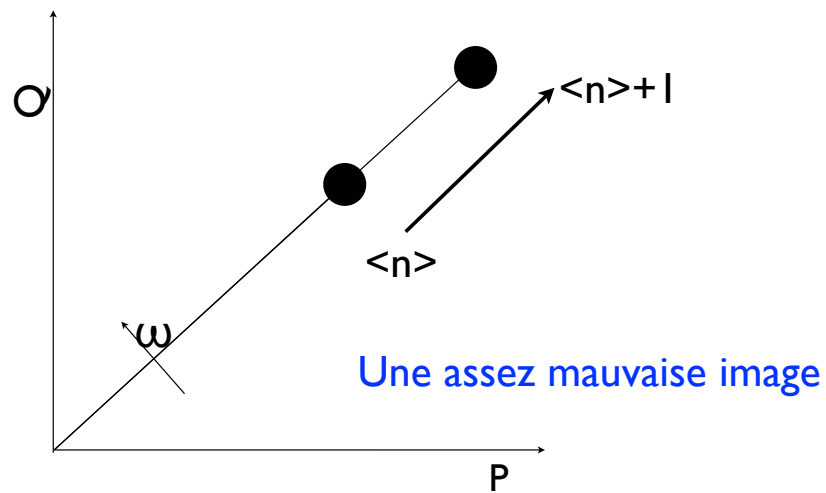
$$= U e^{i\omega t} + \gamma e^{i\varphi} U e^{i\omega t}$$

$$= (1 + \gamma e^{i\varphi}) U e^{i\omega t}$$

Addendum

Emission stimulée

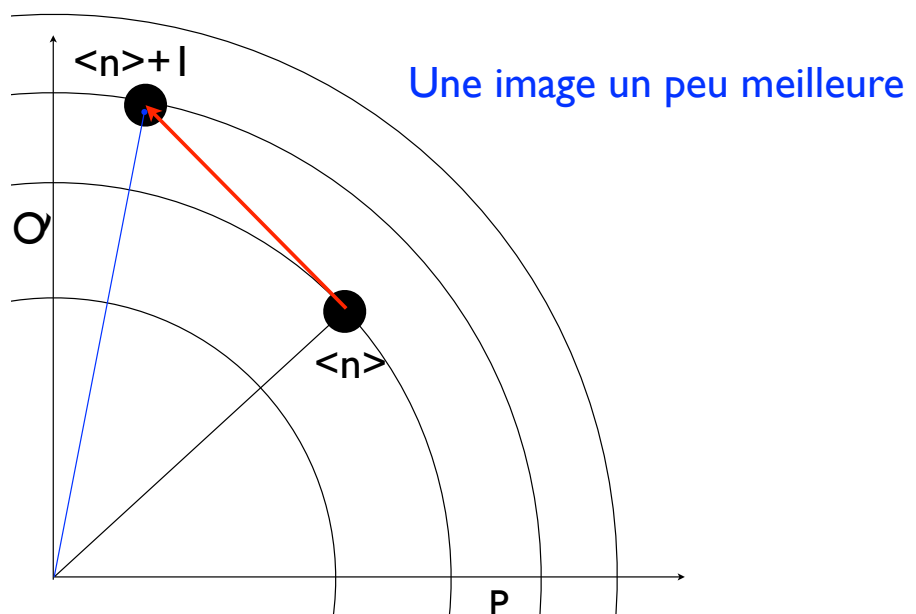
- Rappel : Il n'existe pas d'opérateur de phase du photon



27

Addendum

Emission stimulée



28

Addendum

Relations d'Einstein

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} = h\nu \rho_{3D}(\nu)$$

$$\frac{1}{\sigma_{sp}} = \frac{8\pi S}{\lambda^2} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} cS = c \rho_{3D} S$$

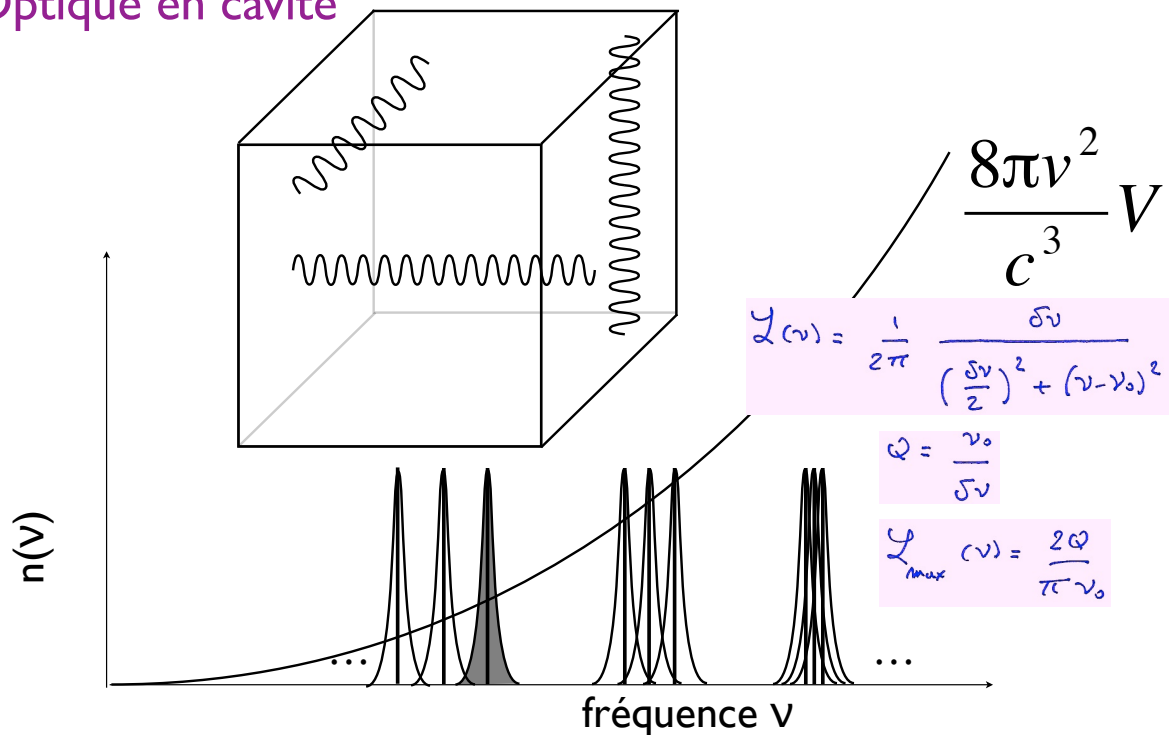
$$\rho_{3D}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

- Diélectrique indice $n_{vide} = 1$ \rightarrow $n \neq 1$
 $n(\nu), n_g$ \rightarrow $\rho(\nu) \neq \rho_{3D}(\nu)$
- Cavité optique

29

Addendum

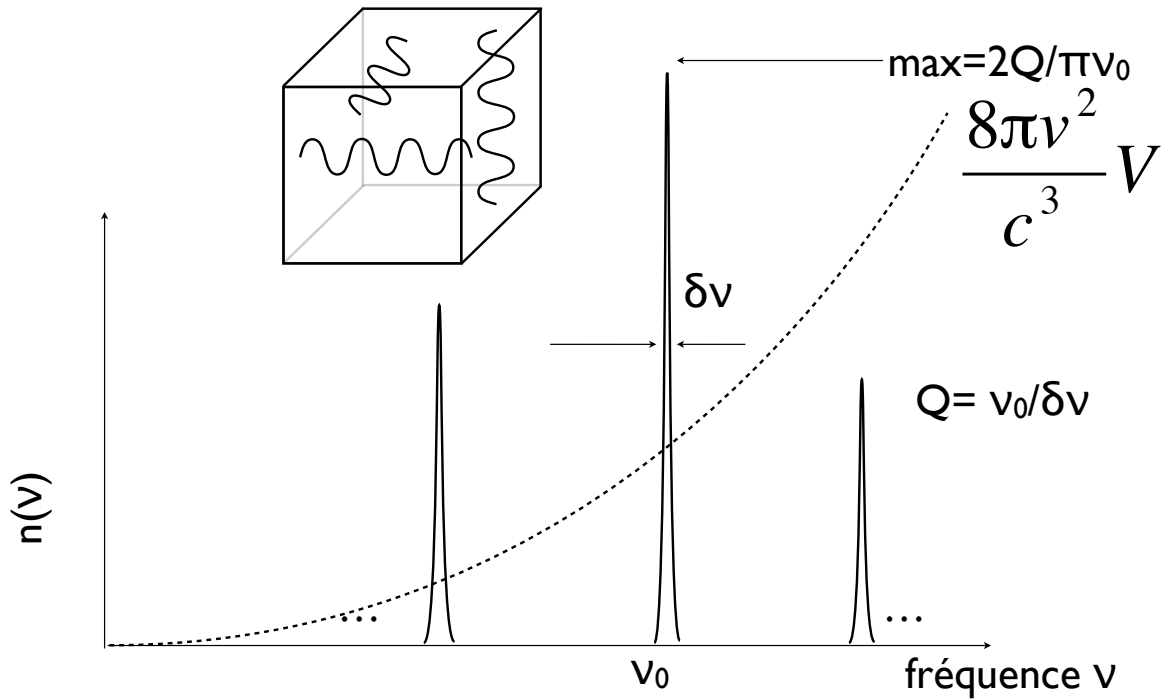
Optique en cavité



30

Addendum

Optique en cavité



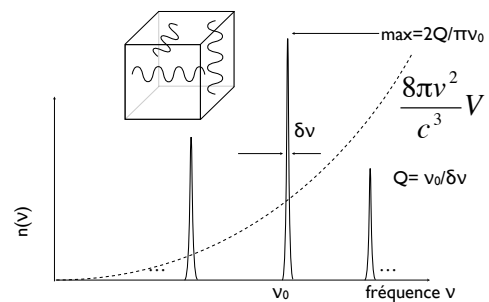
Addendum

Optique en cavité

$$h\nu_0 = \epsilon_2 - \epsilon_1 = h\nu_{at}$$

$$P_{sp} = \int_0^{+\infty} \frac{c}{V} \sigma(\nu) \rho_{3D}(\nu) d\nu$$

$\bullet \rho_{3D}(\nu) V \rightarrow \frac{2\varphi}{\pi\nu_0}$
 $\bullet \sigma(\nu) \rightarrow 3\sigma(\nu)$



$$\frac{\frac{1}{\tau_{car}}}{\frac{1}{\tau_{sp}}} = \frac{\tau_{sp}}{\tau_{car}} = 3 \frac{\frac{2\varphi}{\pi\nu_0}}{\frac{8\pi\nu_0^2}{c^3} V} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{c^3}{\nu^3} Q$$

$$F_p = \frac{\tau_{sp}}{\tau_{car}} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\lambda^3}{V} Q$$

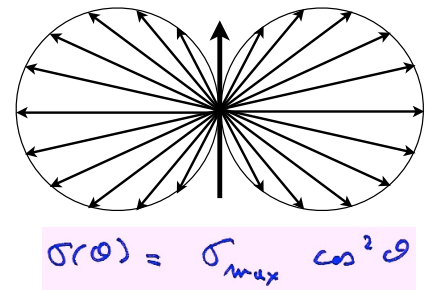
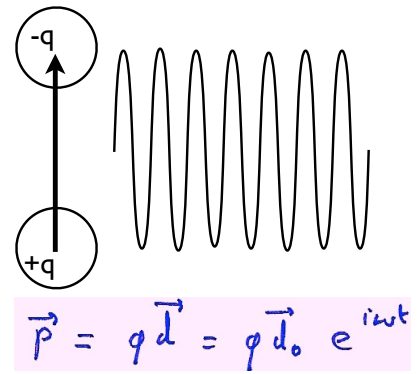
Addendum

Optique en cavité

● $\sigma(\nu) \rightarrow 3\sigma(\nu)$

3D $\langle \sigma(\nu) \rangle_{\Omega}$ Cavité $\sigma(\nu) = \sigma_{max}$

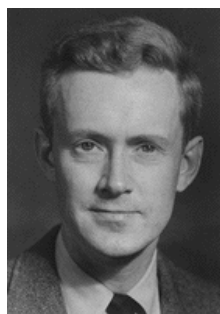
$$\begin{aligned} \langle \sigma(\nu) \rangle_{\Omega} &= \sigma_{max} \langle \cos^2\theta \rangle_{3D, \Omega} \\ &= \sigma_{max} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \cos^2\theta \, d\Omega \\ &= \sigma_{max} \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} 2\pi \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta \\ &= \frac{\sigma_{max}}{2} \left[-\frac{1}{3} \cos^3\theta \right]_0^{\pi} = \frac{1}{3} \sigma_{max} \end{aligned}$$



Addendum

Optique en cavité

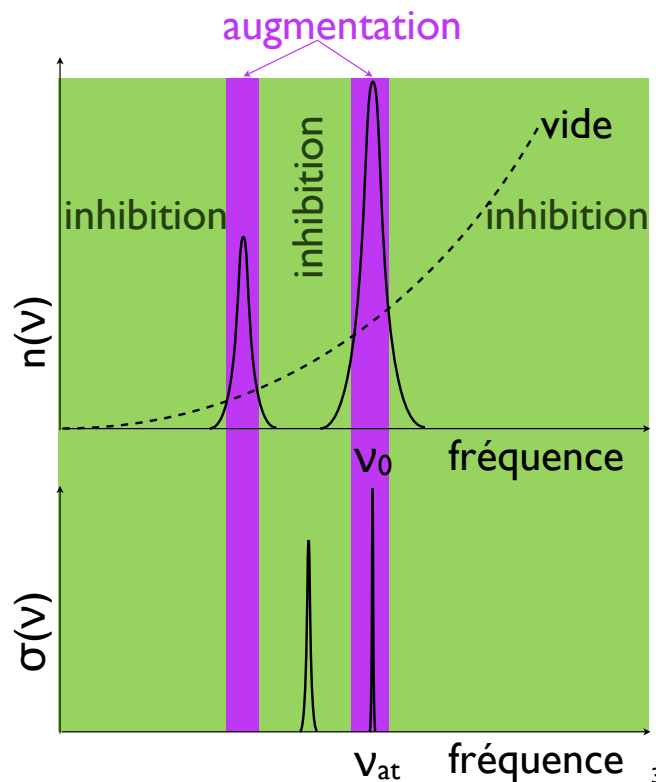
Effet Purcell



Edward Purcell
1912-1997

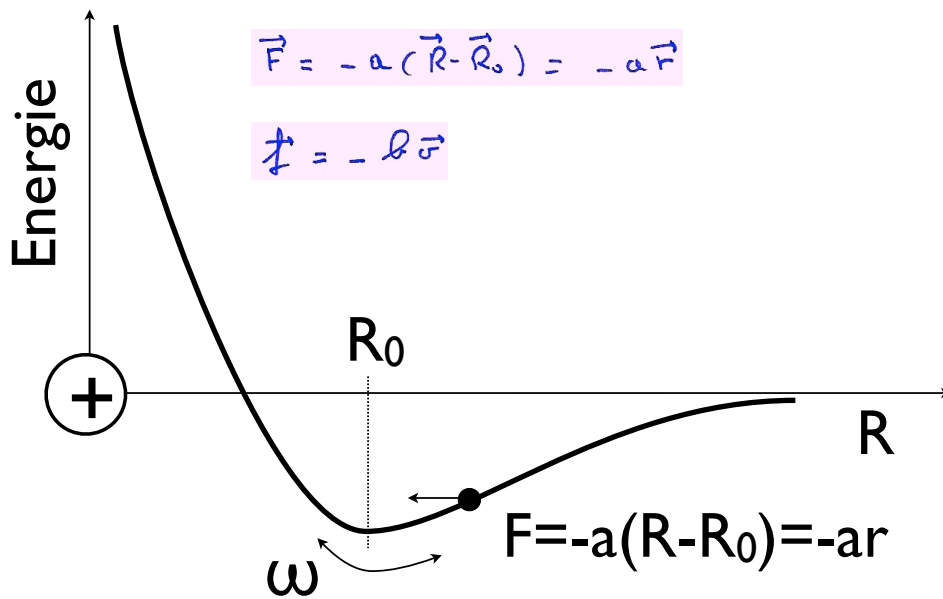
$$F_p = \frac{\zeta_{sp}}{\zeta_{cav}} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\lambda^3}{V} Q$$

Facteur de Purcell



Addendum

Modèle de Lorentz



35

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\vec{F} = -a(\vec{R} - \vec{R}_0) = -a\vec{r}$$

$$\vec{f} = -b\vec{v}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -ax - b \frac{dx}{dt}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

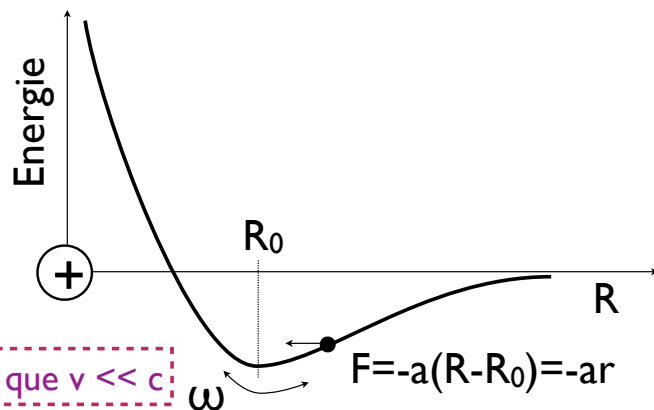
$\ll E$ tant que $v \ll c$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -ax - b \frac{dx}{dt} - eE_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a}{m}}$$

$$\beta = \frac{b}{m}$$



36

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} \epsilon_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a}{m}} \quad \beta = \frac{b}{m}$$

$$x = X e^{-i\omega t}$$

$$-\omega^2 x - i\omega\beta x + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} \epsilon_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$x = \frac{e}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\beta)} \epsilon_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\vec{p} = -e n \vec{a}_x \quad \vec{P} = N \vec{p}$$

Addendum

Modèle de Lorentz

$$x = \frac{e}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\beta)} \epsilon_0 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta)} \quad \text{polarisabilité}$$

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta)} \quad \text{susceptibilité (N densité)}$$

$$\chi(\omega) = \sum_i \frac{N_i e^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 - i\omega\beta_i}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$= \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

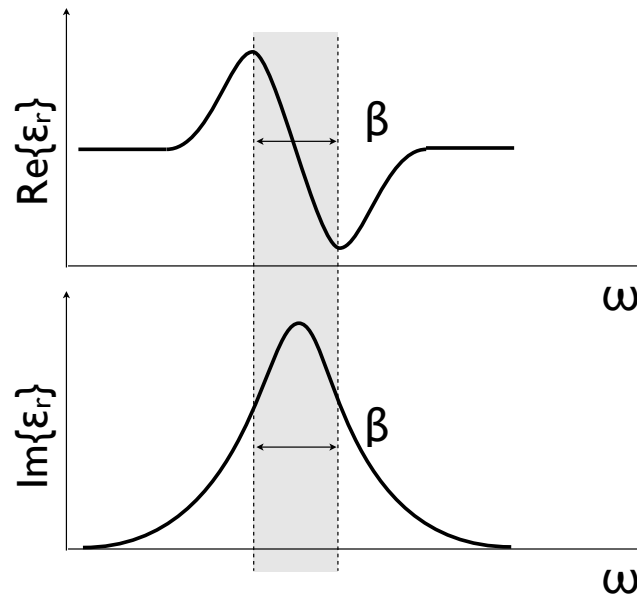
$$= \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Permittivité de
l'oscillateur de Lorentz



39

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Permittivité de
l'oscillateur de Lorentz

$$\tilde{n}^2(\omega) = \frac{k_{\text{mat}}^2}{k_0^2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \mu_0} = \epsilon_r(\omega)$$

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega)$$

$$E = E_0 e^{i(k_0 x - \omega t)}$$

$$= E_0 e^{i(\tilde{n} k_0 x - \omega t)}$$

$$= E_0 e^{i(n k_0 x + i\kappa k_0 x - \omega t)}$$

$$= E_0 e^{-\kappa k_0 x} e^{i(n k_0 x - \omega t)}$$

40

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Permittivité de
l'oscillateur de Lorentz

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{-k k_0 x} e^{i(n k_0 x - \omega t)}$$

$$I(x) \propto \langle |\epsilon|^2 \rangle_t = e^{-2k k_0 x} \langle |\epsilon_{x=0}|^2 \rangle_t$$

$$\propto e^{-2k k_0 x} I_0$$

$$\alpha = 2k k_0 = \frac{\epsilon \pi k}{\lambda_0} = \frac{\epsilon \pi \text{Im}(\hat{n})}{\lambda_0}$$

Coefficient d'absorption

Addendum

Modèle de Lorentz

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Permittivité de
l'oscillateur de Lorentz

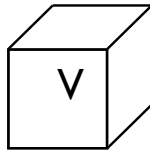
$$\hat{n}^2(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Force d'oscillateur

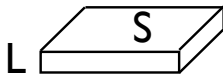
| Transition (Å) (H) | f |
|--------------------|--------|
| 1216 | 0.416 |
| 1026 | 0.079 |
| 973 | 0.029 |
| 950 | 0.014 |
| 938 | 0.0078 |
| 931 | 0.0048 |

Addendum

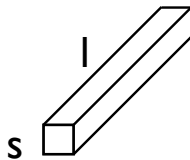
Modèle de Lorentz



$$\tilde{n}^2(\omega) = 1 + \frac{\left(\int \frac{n}{V}\right) e^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$



$$\tilde{n}^2(\omega) = 1 + \frac{\left(\int \frac{n}{S}\right) e^2}{\epsilon_0 m L} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$



$$\tilde{n}^2(\omega) = 1 + \frac{\left(\int \frac{n}{l}\right) e^2}{\epsilon_0 m S} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\beta}$$

Addendum

Modèle semi-classique

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$$

$$H = \frac{(p - qA(r,t))^2}{2m} + V(r) + qU(r,t)$$

$\vec{A}(r,t)$ potentiel vecteur

$U(r,t)$ potentiel scalaire

$$H = H_0 + W$$

$$W = -\frac{q}{m} \vec{A} \cdot \vec{p}$$

Hamiltonien A.p

$$W = -q \vec{r} \cdot \vec{E} = -\vec{D} \cdot \vec{E}$$

Hamiltonien dipolaire électrique

Addendum

Modèle semi-classique

$$W = - \frac{q}{m} \vec{A} \cdot \vec{p}$$

Hamiltonien A.p

$$W = - q \vec{r} \cdot \vec{E} = - \vec{D} \cdot \vec{E}$$

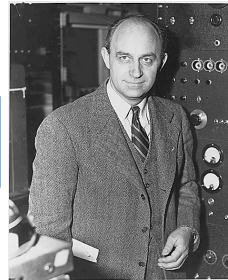
Hamiltonien dipolaire électrique

$$A = \frac{E_0}{\omega} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

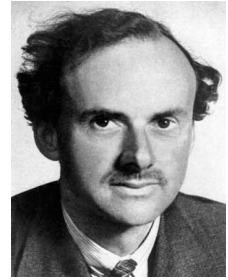
$$E = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$W_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 2|W|1\rangle|^2 \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega)$$

Perturbation dépendante du temps
Règle d'or de Fermi



Enrico Fermi
1901-1954



Paul Dirac
1902-1984

Addendum

Modèle semi-classique

$$W = - \frac{q}{m} \vec{A} \cdot \vec{p}$$

$$W = - q \vec{r} \cdot \vec{E} = - \vec{D} \cdot \vec{E}$$

$$W_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 2|W|1\rangle|^2 \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega)$$

$$W_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 2|W|1\rangle|^2 \rho_2(E_2 = E_1 + \hbar\omega)$$

densité d'états finaux $\rho_{3D}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$

$$f_{21} = \frac{2m}{\hbar} \omega_{21} |\langle 2|\vec{r} \cdot \vec{E}|1\rangle|^2$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{e}}{|\vec{e}|}$$

Force d'oscillateur

$$f_{21} = \frac{2}{m \hbar \omega_{21}} |\langle 2|\vec{p} \cdot \vec{E}|1\rangle|^2$$

Addendum

Modèle semi-classique

$$f_{21} = \frac{2m}{\hbar} \omega_{21} |\langle 2 | \vec{r} \cdot \vec{\epsilon} | 1 \rangle|^2$$

$$f_{21} = \frac{2}{m \hbar \omega_{21}} |\langle 2 | \vec{p} \cdot \vec{\epsilon} | 1 \rangle|^2$$

$$\sum_i f_{i1} = 1$$

Règle de somme de Thomas Reiche Kuhn

$$\sum_i f_{i1} = N$$

N atomes