OPTIQUE II
Section de Physique
Professeur : R. Houdré
Exercices : K. Roux

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Série 13

23 Mai 2018

Amplification

Ex 1 : Gain d'entrée/sortie pour un amplificateur de longueur l_g

a) Écrire le coefficient de gain saturé $\gamma(\nu, I)$ du milieu amplificateur en fonction de l'intensité $I(\nu, z)$ du faisceau. On posera $I_s = g(\nu)h\nu\phi_s$.

b) Déterminer une équation pour le gain saturé $G = \dfrac{I(\nu, z = l_g)}{I(\nu, z = 0)}$.

c) Discuter deux cas extrêmes et donner l'allure de $G(\nu = \nu_0)$ en fonction de $\dfrac{I(\nu_0, z = 0)}{I_s}$ au centre de la raie, où $g(\nu_0) = 1$.

Ex 2 : Caractérisation d'un amplificateur

On considère un amplificateur optique. Pour une intensité en entrée de 1 W/cm^2, le gain (sortie/entrée) est de 10 dB (on se place au centre de la raie). Si l'intensité d'entrée est doublée le gain est réduit à 9 dB. Cet exercice est une application directe de l'exercice précédent.

a) Déterminer le gain faible signal (i.e., $I_{entrée} \rightarrow 0$) de cet amplificateur (en dB).

b) Que vaut l'intensité de saturation I_s ?

c) Quelle est la puissance maximale (par unité de surface) qui peut être extraite de cet amplificateur (dans la limite d'une grande intensité d'entrée) ?

d) Quelle serait l'intensité d'entrée pour extraire 50% de ce maximum ?

Correction

Ex 1 : Gain d'entrée/sortie pour un amplificateur de longueur l_g

a) D'après le cours $\gamma(\nu,I) = \dfrac{\gamma_0(\nu)}{1+\dfrac{\phi_i}{\phi_s}}$

Avec $\gamma_0(\nu)$ le coefficient de gain non saturé.

On en déduit $\gamma(\nu,I) = \dfrac{\gamma_0(\nu)}{1+g(\nu)\dfrac{I(\nu,z)}{I_s}}$ avec $I_s = g(\nu)h\nu\phi_s$

b) On a $\dfrac{dI}{dz} = \gamma(\nu,I)\cdot I = \dfrac{\gamma_0(\nu)}{1+g(\nu)\dfrac{I(\nu,z)}{I_s}}\cdot I.$ (1)

Ce qui se réécrit: $\left(1+g(\nu)\dfrac{I(\nu,z)}{I_s}\right)\dfrac{dI}{I} = \gamma_0(\nu)dz$

En intégrant de 0 à l_g et en posant $G = \dfrac{I(\nu,z=l_g)}{I(\nu,z=0)}$ on obtient l'équation transcendante, i.e. qui ne peut se résoudre que numériquement:

$$\ln G + g(\nu)\frac{I(\nu,z=0)}{I_s}(G-1) = \gamma_0(\nu)l_g \qquad (2)$$

c) Si l'intensité en sortie (et alors aussi l'intensité en entrée) est beaucoup plus faible que l'intensité de saturation I_s on peut ignorer le second terme de l'équation précédente et on retrouve la loi simple de l'amplification: $G(\nu) = e^{\gamma_0(\nu)l_g}$.

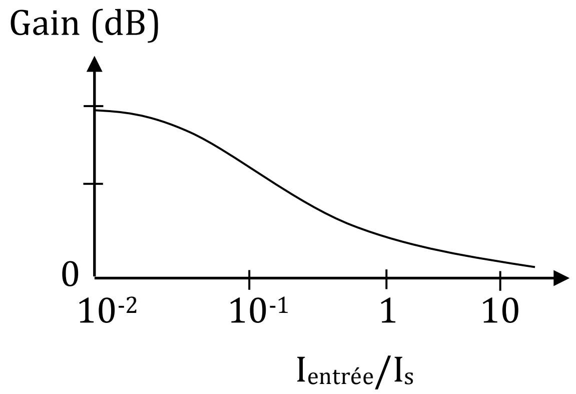
Si l'intensité d'entrée est comparable à l'intensité de saturation, le taux d'augmentation de l'intensité est plus petit; par conséquent le gain net G est plus faible.

Si l'intensité en entrée est nettement supérieure à l'intensité de saturation l'équation (2) est indéterminée. Il faut donc utiliser la (1) :

à partir de $\dfrac{dI}{dz} = \dfrac{\gamma_0(\nu)}{g(\nu)\dfrac{I(\nu,z)}{I_s}}\cdot I$, on obtient:

$$I(\nu,l_g) = I(\nu,0) + \left[\frac{\gamma_0(\nu)\cdot I_s}{g(\nu)}\right]l_g$$

Notez que $\gamma_0(\nu)$ contient la même dépendance en fréquence que $g(\nu)$, et donc en ce régime nous pouvons seulement ajouter un certaine quantité d'intensité $\gamma_0(\nu_0)\cdot I_s$ par unité de longueur de l'amplificateur indépendamment du désaccord par rapport au centre de la raie.



Ex 2 : Caractérisation d'un amplificateur

On pose $I_1 = 1W/cm^2$, $I_2 = 2W/cm^2$, $G_1^{dB} = 10LogG_1 = 10dB$ et $G_2^{dB} = 10LogG_2 = 9dB$

On a par ailleurs $G_1 = 10$ et $G_2 \approx 7.94$

a) A partir de $\frac{I(\nu, z=0)}{I_s}(G-1) = \gamma_0 l_g - \ln G$ on obtient:

$$\frac{\gamma_0 l_g - \ln G_2}{\gamma_0 l_g - \ln G_1} = \frac{I_2(G_2-1)}{I_1(G_1-1)}$$

En posant $\beta = \frac{I_2(G_2-1)}{I_1(G_1-1)}$, on obtient alors:

$$\gamma_0 l_g = \frac{1}{1-\beta}\ln\left(\frac{G_2}{G_1^\beta}\right)$$

On en déduit $G_0 = e^{\gamma_0 l_g} = \left(\frac{G_2}{G_1^\beta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}$,

d'où $G_0^{dB} = \frac{1}{1-\beta}\left[G_2^{dB} - \beta G_1^{dB}\right]$

On trouve:

$\beta \approx 1.54$

$G_0^{dB} = 11.85dB$

$G_0 \approx 15.32$

b) A partir de $\ln G + \frac{I(\nu, z=0)}{I_s}(G-1) = \gamma_0(\nu) l_g$

on trouve $I_s = \frac{I_2(G_2-1) - I_1(G_1-1)}{\ln G_1 - \ln G_2}$

$I_s \approx 21.16\, W/cm^2$

c) D'après l'exercice précédent $P_{max} = \gamma_0 l_g I_s$

$P_{\max} \approx 57.75\, W/cm^2$

d) On peut réécrire l'équation transcendante:

$$\ln\frac{I_{sortie}}{I_{entrée}} + \frac{1}{I_s}\left(I_{sortie} - I_{entrée}\right) = \gamma_0 l_g$$

Ici on veut $I_{sortie} = \frac{P_{\max}}{2}$. Ainsi l'expression précédente peut se mettre sous la forme:

$$\ln\left(\frac{P_{\max}}{2I_s}\frac{I_s}{I_{entrée}}\right) + \frac{I_{entrée}}{I_s} = \frac{P_{\max}}{2I_s}$$

En posant $c = \frac{P_{\max}}{2I_s}$ et $x = \frac{I_{entrée}}{I_s}$ on obtient comme équation à résoudre:

$x + \ln x = \ln c - c \approx -1.05$ qui est approximativement vérifiée pour $x = 1$,

i.e. $I_{entrée} \approx I_s \approx 21\, W/cm^2$