OPTIQUE II
Section de Physique
Professeur : R. Houdré
Exercices : K. Roux

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Série 10

9 Mai 2018

Interaction matière rayonnement

Ex. 1 : Coefficients d'Einstein

Nous étudions l'interaction du rayonnement électromagnétique avec un gaz d'atomes identiques dans une enceinte (cavité 3D). On considère deux niveaux atomiques d'énergies E_1 et E_2 ($E_2 > E_1$) et de dégénérescences respectives g_1 et g_2. Soient N_1 et N_2 les nombres des populations d'atomes sur chaque niveau. Soit $W(\omega)$ la densité d'énergie de la radiation à la pulsation ω.

a) On suppose que la densité d'énergie électromagnétique varie lentement avec ω dans le voisinage de la fréquence de transition. Quelle est la conséquence sur les taux de transition ?

b) Ecrire l'équation pour les taux d'évolution de N_1 et N_2.

c) On suppose le système à l'équilibre thermique. Montrer que $\frac{A_{21}}{B_{21}W(\omega)} = \frac{1}{\bar{n}} = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1$

d) Pour quelle longueur d'onde λ_t a-t-on $1/\bar{n} = 1$?

e) Discuter la relation obtenue à la question c) quand $\lambda > \lambda_t$ et $\lambda < \lambda_t$.

Ex 2 : Modèle de Lorentz

Dans le modèle de Lorentz, un milieu dispersif et absorbant est caractérisé par une collection d'oscillateurs harmoniques (dipôles) de masse m, de charge e et de fréquence naturelle ω_0, en présence d'une force d'amortissement. On notera β le coefficient d'amortissement.

a) On suppose que le dipôle est excité par un champ électromagnétique $(\vec{E},\vec{H})$. On ne tiendra pas compte de la partie inductive de la force de Lorentz. Ecrire l'équation du mouvement. On notera $\vec{u}$ le déplacement de la charge par rapport à sa position d'équilibre.

b) On s'intéresse au régime forcé : $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$. Exprimer la relation entre $\vec{u}$ et $\vec{E}$.

c) En déduire la polarisabilité P du milieu pour une densité N d'oscillateurs.

d) Ecrire le carré de l'indice de réfraction complexe $\tilde{n}^2(\omega)$ obtenu dans le cadre de ce modèle.

e) Déterminer la partie réelle $n(\omega)$ et la partie imaginaire $\kappa(\omega)$ de $\tilde{n}(\omega)$.

f) Tracer l'allure de $n(\omega)$ et $\kappa(\omega)$.

g) On s'intéresse maintenant au régime transitoire. A un instant $t_0=0$, on éteint le champ électromagnétique. Déterminer u(t) pour $t>t_0$. On supposera $b<<w_0$.

h) Calculer la puissance P_{rad} rayonnée par le dipôle.

Indication : On rappelle qu'en électromagnétique classique une charge accélérée rayonne dans le champ lointain un champ électromagnétique $\vec{E}(\vec{R},t)=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\vec{n}\times\left(\vec{n}\times\ddot{\vec{u}}(t-R/c)\right)}{R}$ et $\vec{H}(\vec{R},t)=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\vec{n}\times\vec{E}(\vec{R},t)$ avec $\vec{n}$ le vecteur unitaire dans la direction d'émission. L'accélération est évaluée au temps « retardé » (t-R/c) qui tient compte de la propagation.

i) Déterminer le temps de relaxation t de l'énergie stockée dans le dipôle.

j) En supposant $u_0=10^{-10}$m, calculer t pour une longueur d'onde de 1cm, 100µm, 1µm et 0.1µm.

k) Quelle relation existe-t-il entre β et t ? Commenter.