Cours de Mathématiques II - UNIL - Faculté des Géosciences et de l'Environnement

Série 10, 8 Mai 2014

(1) Soit le champ de vecteurs

$$\vec{F}(x,y) = (x^2 - yx, y^2 - xy)$$
$$\vec{G}(x,y) = (2xe^{xy} + x^2ye^{xy}, x^3e^{xy} + 2y)$$
$$\vec{H}(x,y) = (-y, x)$$
$$\vec{K}(x,y) = (2x + y, x)$$

Les champs sont-ils conservatif ?

Si oui, Trouver leur potentiel. Si non, trouver une courbe fermée tel que le travail le long de cette courbe n'est pas égale á zéro.

(2) Montrer que les champs suivants sont conservatifs

(a) $\vec{F}(x,y,z) = (2xy^3z^4, 3x^2y^2z^4, 4x^2y^3z^3)$

(b) $\vec{G}(x,y,z) = (2x\cos(y) - 2z^3, 3 + 2ye^z - x^2\sin(y), y^2e^z - 6xz^2)$

(c) Calculer le travail de ces deux champs le long de les courbes

$$\varphi(t) = (2\cos t, t\sin t, t^2\cos t\sin t),\ t \in [\pi/2, \pi].$$

et

$$\psi(t) = (\cos t, \sin t, \sin t),\ t \in [0, 2\pi].$$

et

$$\varphi(t) = (e^t, 3\sin t, \ln(t+1),\ t \in [0, 2\pi].$$