Série 2 question 4

June 5, 2014

1. 1) Nous avons
$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k^3}=0, \lim_{k\to\infty}\frac{-1}{k^3}=0$$
$$\lim_{k\to\infty}e^{-k}=0$$
$$\lim_{k\to\infty}e^{-2k}=0$$
et alors
$$0=\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k^3}\leq\lim_{k\to\infty}\frac{\sin(k)}{k^3}\leq\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k^3}=0,$$
et donc
$$\lim_{k\to\infty}\frac{\sin(k)}{k^3}=0.$$
Egalement,
$$\lim_{k\to\infty}e^{-k}=0$$
$$\lim_{k\to\infty}e^{-2k}=0$$
et alors la limite de $\vec{x_k}$ existe est égale à:
$$(0,1,2,0).$$
2) La limite n'existe pas: pour la suite $l_1(n)=6n$ nous avons toujours que $\sin(\frac{\pi l_1(n)}{3})=\sin(2\pi n)=0$, et pour la suite $l_2(n)=6n+1$ nous avons
$$\sin(\frac{\pi l_2(n)}{3})=\sin(2\pi n+\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{\pi}{3})\neq 0.$$
Notons, que la deuxième coordonée a une limite.
3)Soit $n\in\mathbb{N}$. Pour chaque $0\leq i\leq n-1$ et chaque $k>0$ nous avons
$$0\leq\frac{1}{k+i}\leq\frac{1}{k}.$$
Notons que
$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}=0$$
nous avons que dans chaque coordonée la limite est égale à 0. Alors, la limite est égale à $\vec{0}\in\mathbb{R}^n$.