ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Dérivées

Mécanique, cours 1.2

Jean-Philippe Ansermet

Dérivées

Dérivées

- Fonction simple
- Développement limité
- Fonction de fonction

Définition : dérivée

Contexte mécanique :
Un point se déplace sur un axe cartésien. Sa coordonnée est x.

Notation : $x = x(t)$
Dérivée (une vitesse) : $v = \dfrac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{x(t+dt) - x(t)}{dt}$$

Notation : $v = \dot{x}$

Notation : $dx = v\,dt$

Notation : $\dot{v} = \ddot{x}$

Définition : développement limité

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

$$v = \frac{x(t+dt) - x(t)}{dt}$$

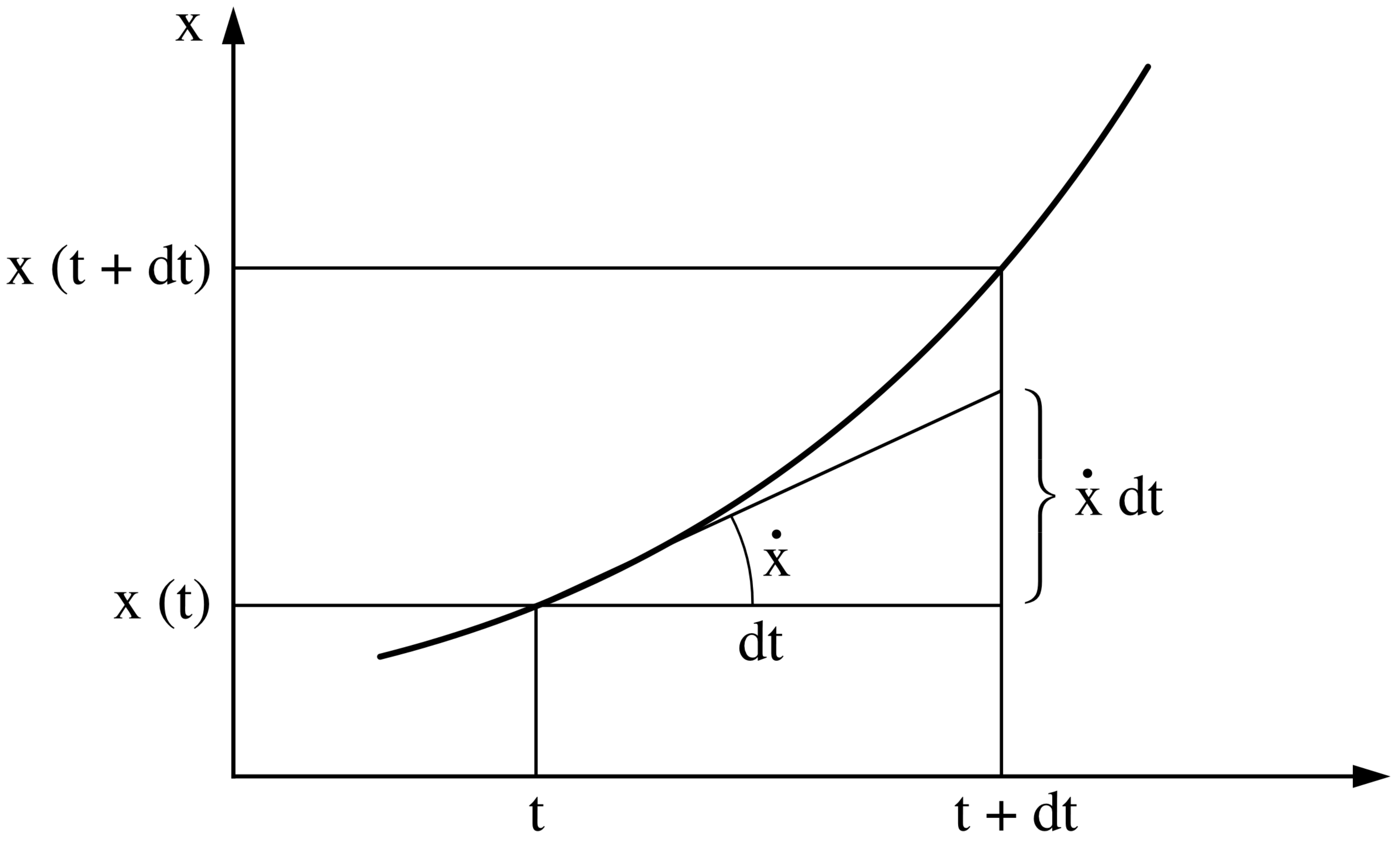
$$v\,dt = x(t+dt) - x(t)$$

$$\Longrightarrow \quad x(t+dt) = x(t) + v\,dt$$

$$x(t+\Delta t) \approx x(t) + \frac{dx}{dt}\Delta t$$

Propriété : interprétation géométrique

$$\dot{x} = \frac{x(t+dt) - x(t)}{dt}$$



Propriété : dérivée d'une fonction de fonction

Exemples : $x(t) = \cos(\omega t + \phi) \qquad (\omega, \phi \text{ constantes})$

$$E = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \qquad (I \text{ constante})$$

$$x = f\left(g(t)\right)$$

$$\dot{x}\, dt = f\left(g(t+dt)\right) - f\left(g(t)\right)$$

$$\dot{x}\, dt = f\left(g(t) + \dot{g}\, dt\right) - f\left(g(t)\right)$$

$$\dot{x}\, dt = f\left(g(t)\right) + \frac{df}{dg}\dot{g}\, dt - f\left(g(t)\right) \qquad \dot{x} = \frac{df}{dg}\frac{dg}{dt}$$

Exemples : $\dot{x} = -\omega \sin(\omega t + \phi)$

$$\dot{E} = I \dot{\theta} \ddot{\theta}$$

Propriété : interprétation géométrique