Mouvements particuliers des solides

Mécanique, cours 18.2

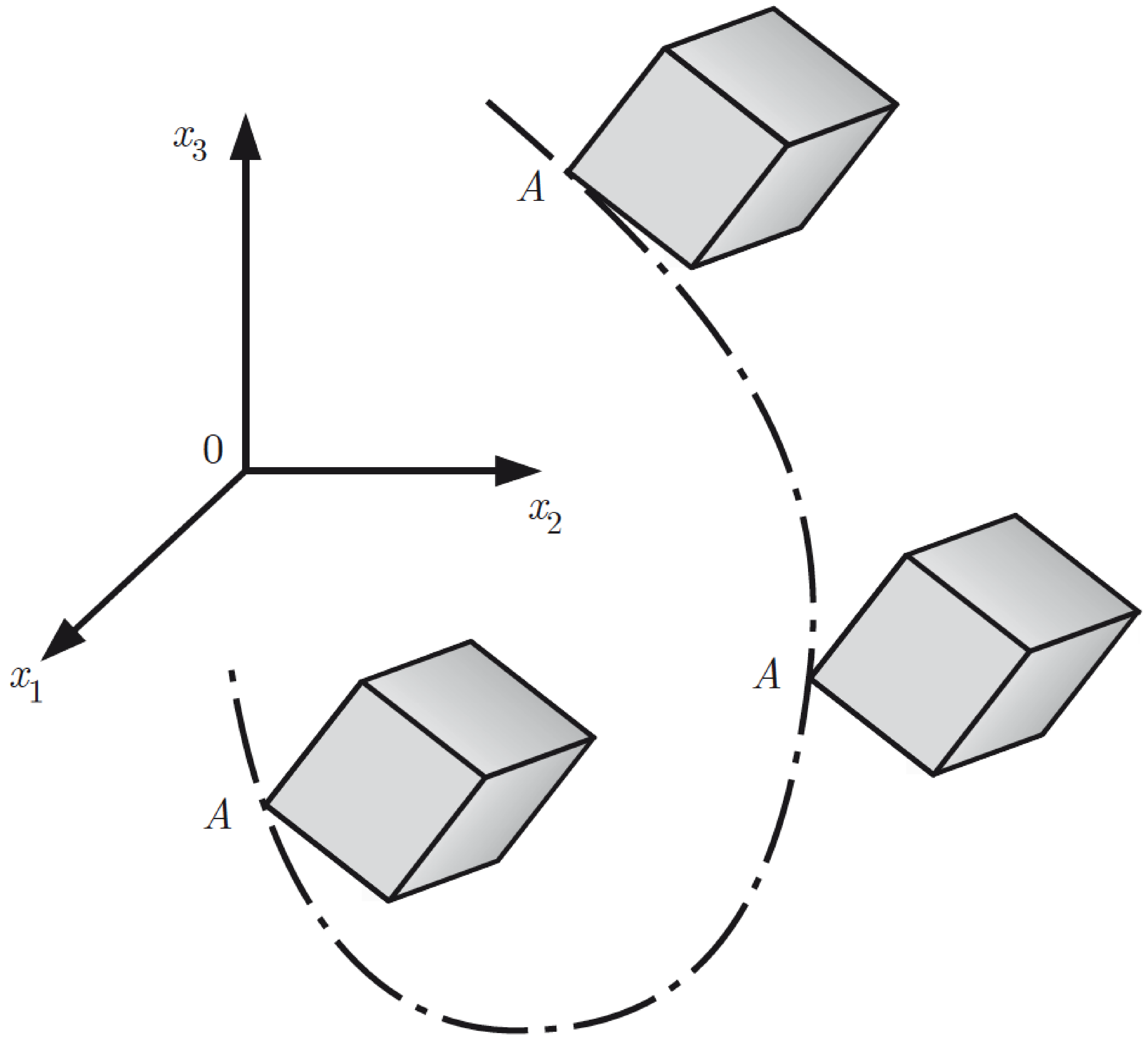
Jean-Philippe Ansermet

Mouvements particuliers des solides

- Translation
- Mouvement plan-sur-plan
- Roulement sans glissement
- Composition de rotations

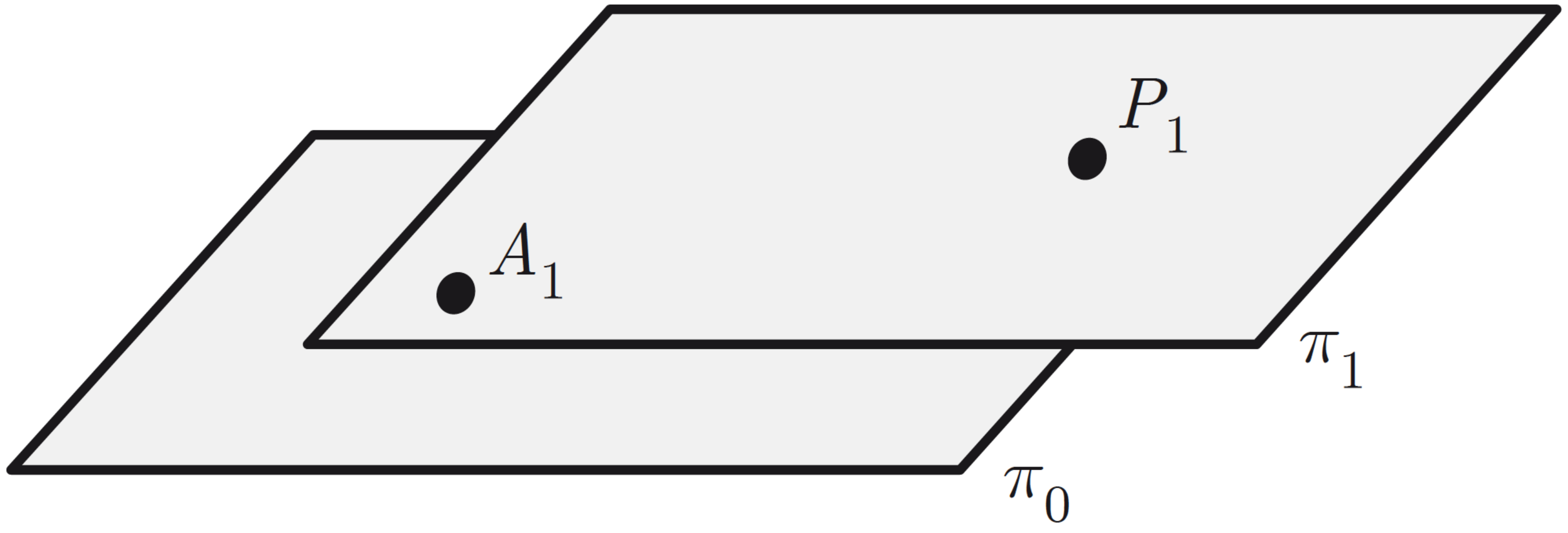
Translation

Tout vecteur lié au solide reste parallèle à une direction fixe du référentiel.



Mouvement plan-sur-plan

Un plan π_1 du solide reste toujours sur un plan π_0 du référentiel.



Propriété : il existe un centre instantané de rotation (ou le mouvement est une translation).

Démonstration :

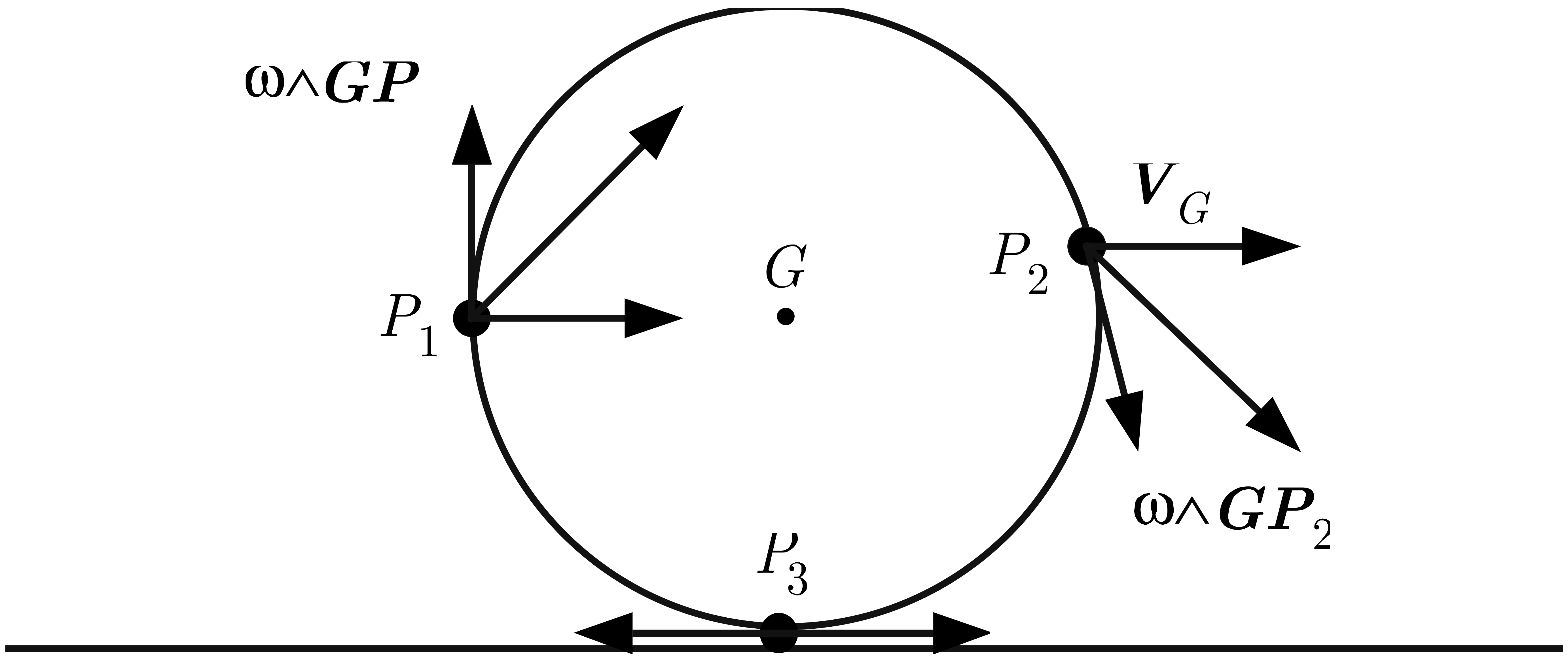
$$\boldsymbol{v}(P_1) = \boldsymbol{v}(A_1) + \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{A_1P_1} = \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{I_{10}P_1}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{v}(A_1) + \boldsymbol{\omega} \wedge \left(\boldsymbol{A_1P_1} - \boldsymbol{I_{10}\,P_1}\right) = 0$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{v}(A_1) + \boldsymbol{\omega} \wedge \left(\boldsymbol{A_1I_{10}}\right) = 0$$

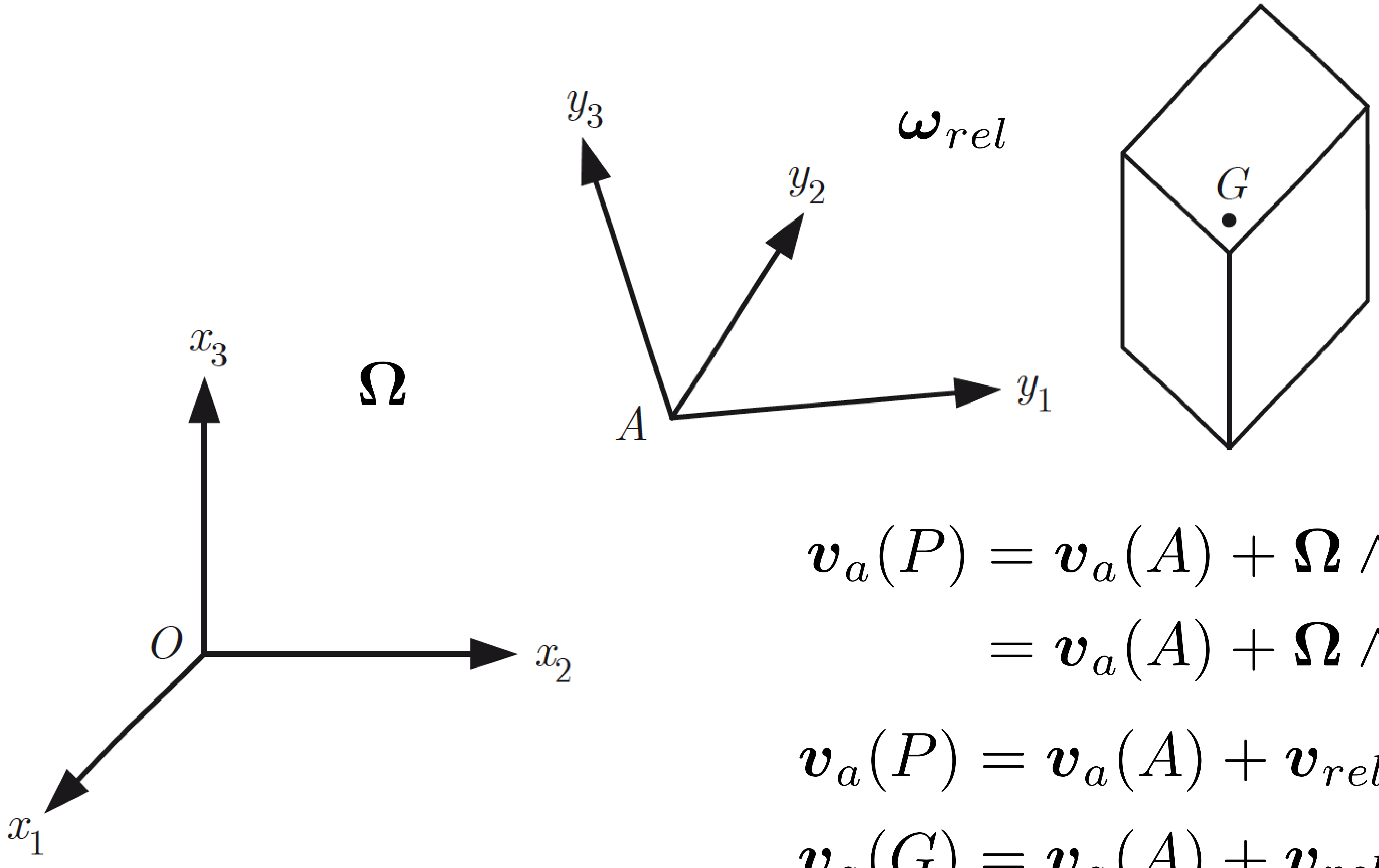
$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{\imath} & 0 & x - x_A \\ \hat{\jmath} & 0 & y - y_A \\ \hat{k} & \omega & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} v_x - \omega(y - y_A) \\ v_y + \omega(x - x_A) \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Roulement sans glissement



Condition de roulement sans glissement : $\boldsymbol{V}_G + \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{GP}_3 = 0$

Composition de rotations



$$\boldsymbol{v}_{rel}(P) = \boldsymbol{v}_{rel}(G) + \boldsymbol{\omega}_{rel} \wedge \boldsymbol{GP}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_a(P) &= \boldsymbol{v}_a(A) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{AP} + \boldsymbol{v}_{rel}(P) \\ &= \boldsymbol{v}_a(A) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{AG} + \boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{GP} + \boldsymbol{v}_{rel}(G) + \boldsymbol{\omega}_{rel} \wedge \boldsymbol{GP}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{v}_a(P) = \boldsymbol{v}_a(A) + \boldsymbol{v}_{rel}(G) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{AG} + (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_{rel}) \wedge \boldsymbol{GP}$$

$$\boldsymbol{v}_a(G) = \boldsymbol{v}_a(A) + \boldsymbol{v}_{rel}(G) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{AG}$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_{rel})$$