

Coordonnées cylindriques et sphériques

Mécanique, cours 7.1

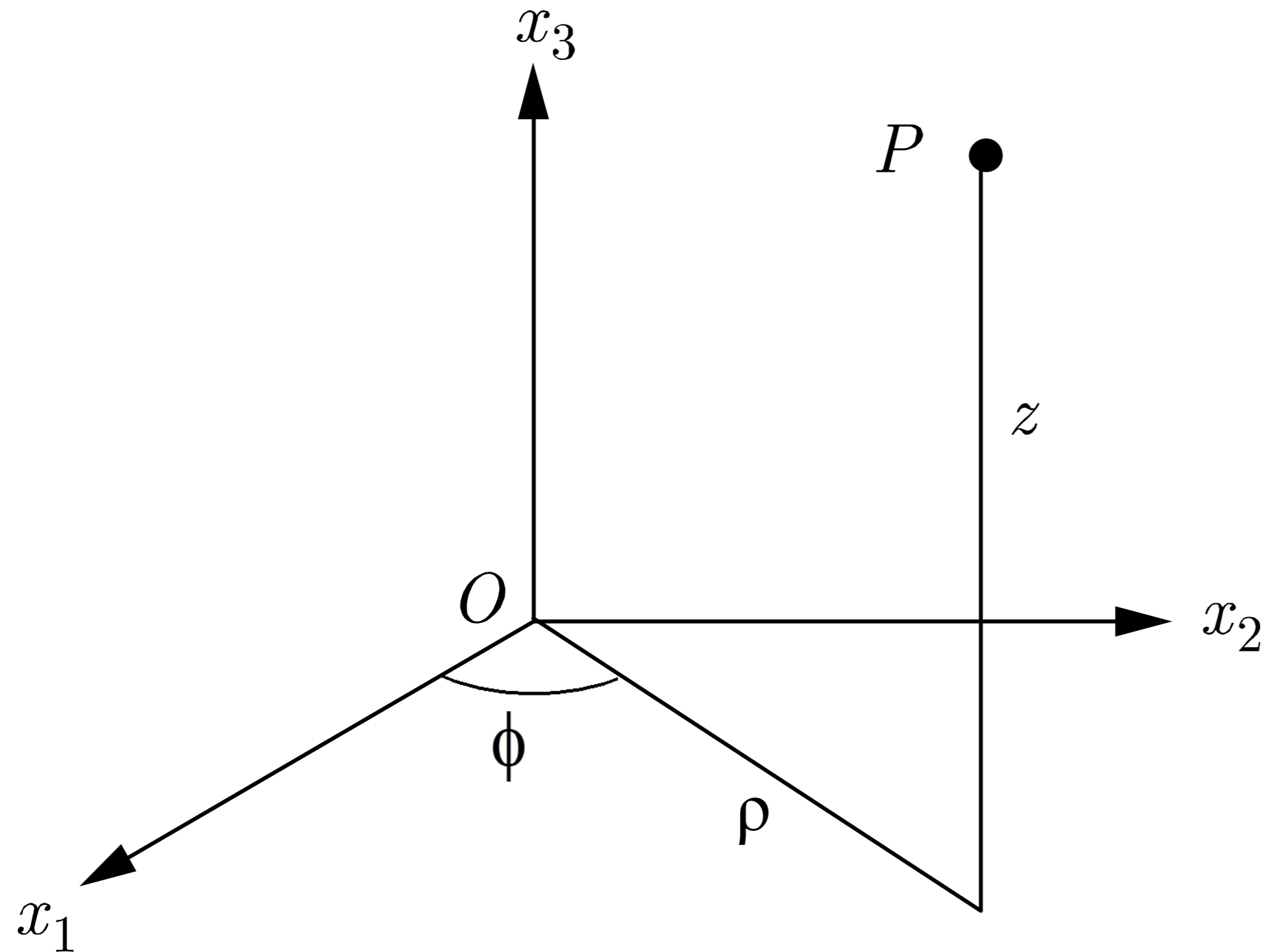
Jean-Philippe Ansermet

Coordonnées cylindriques et sphériques

Coordonnées cylindriques et sphériques

- Coordonnées cylindriques
- Coordonnées sphériques
- Repères associés

Définition : coordonnées cylindriques



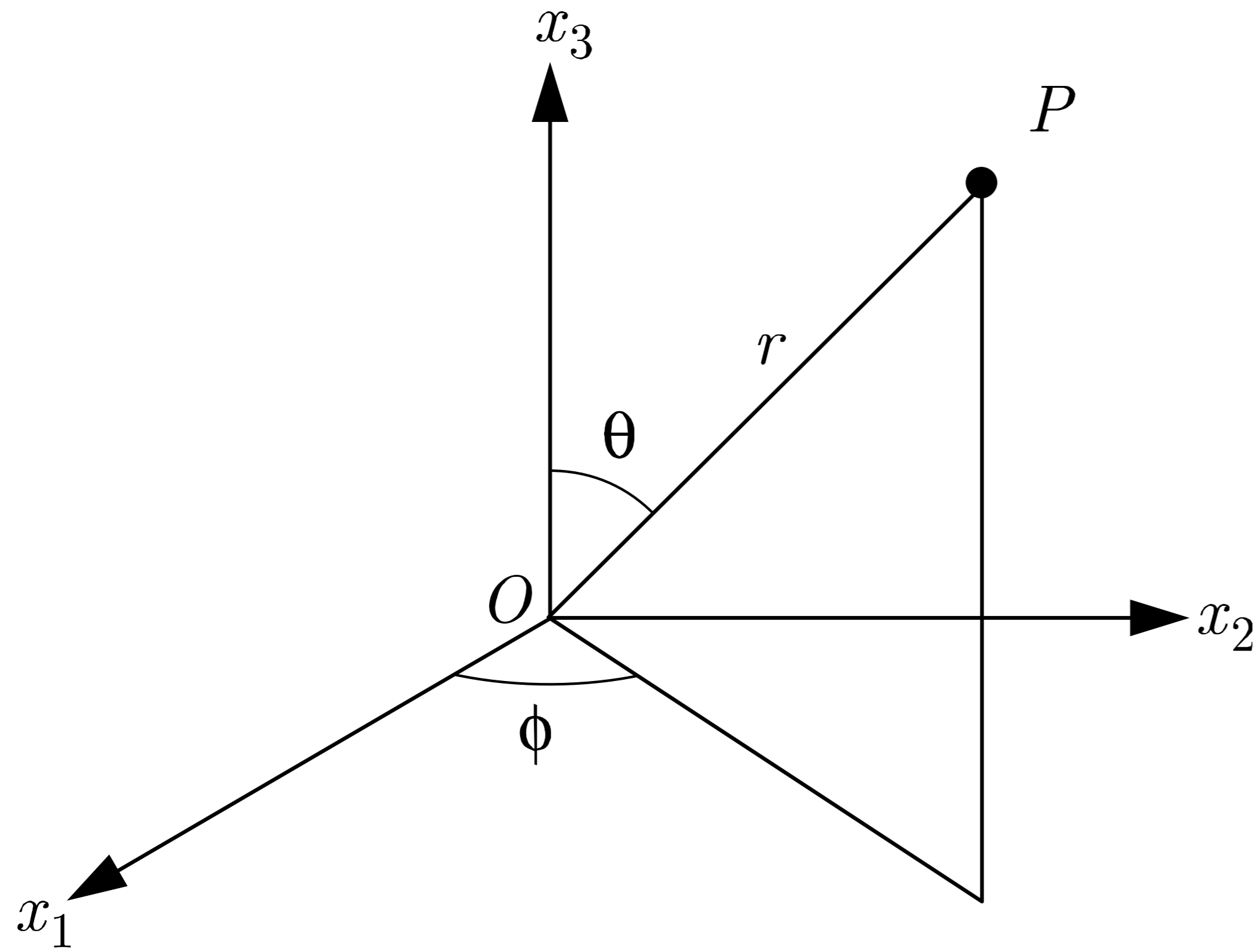
$$P(\rho, \phi, z)$$

$$x_1 = \rho \cos \phi$$

$$x_2 = \rho \sin \phi$$

$$x_3 = z$$

Définition : coordonnées sphériques



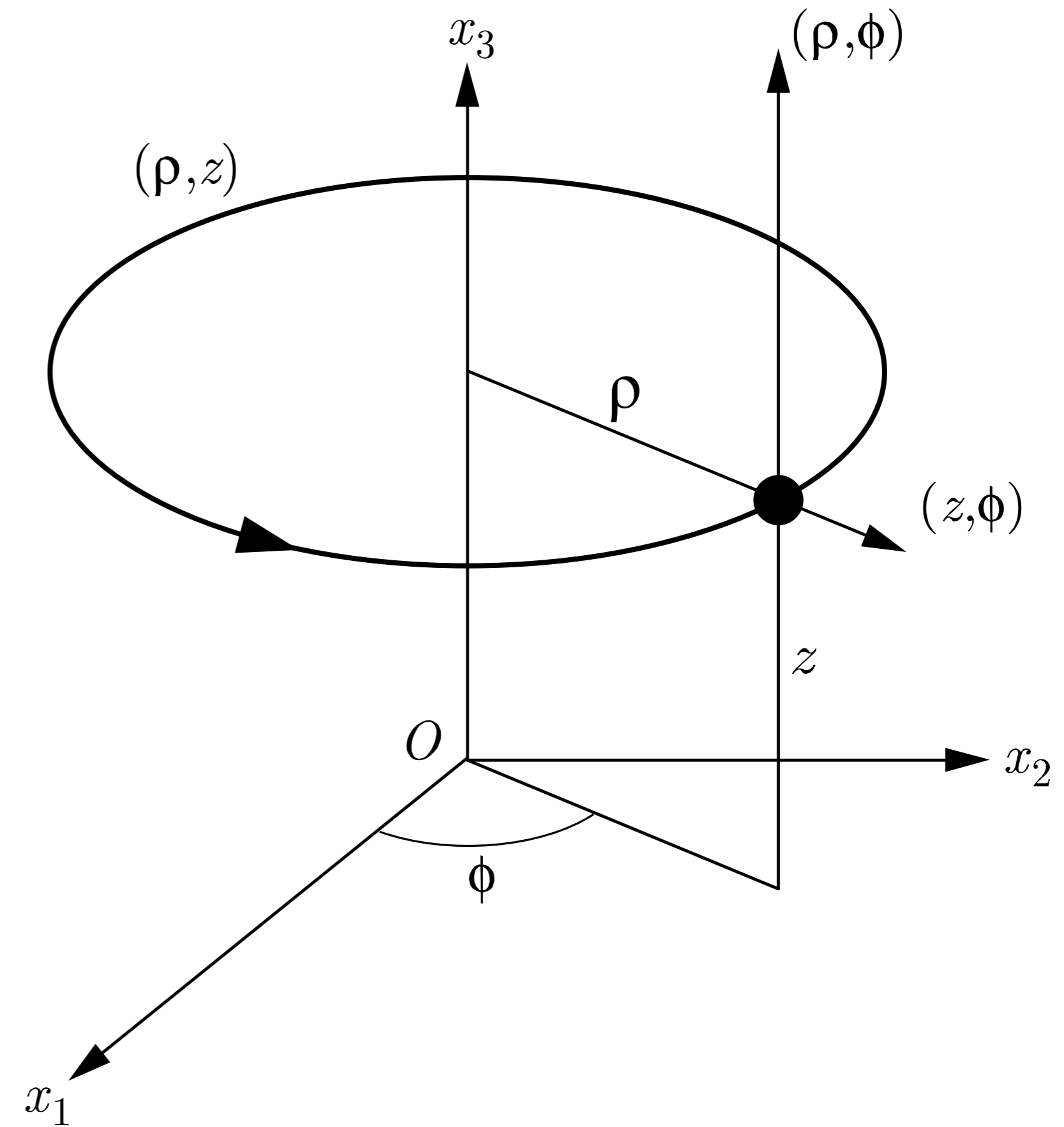
$$P(r, \theta, \phi)$$

$$x_1 = r \sin \theta \cos \phi$$

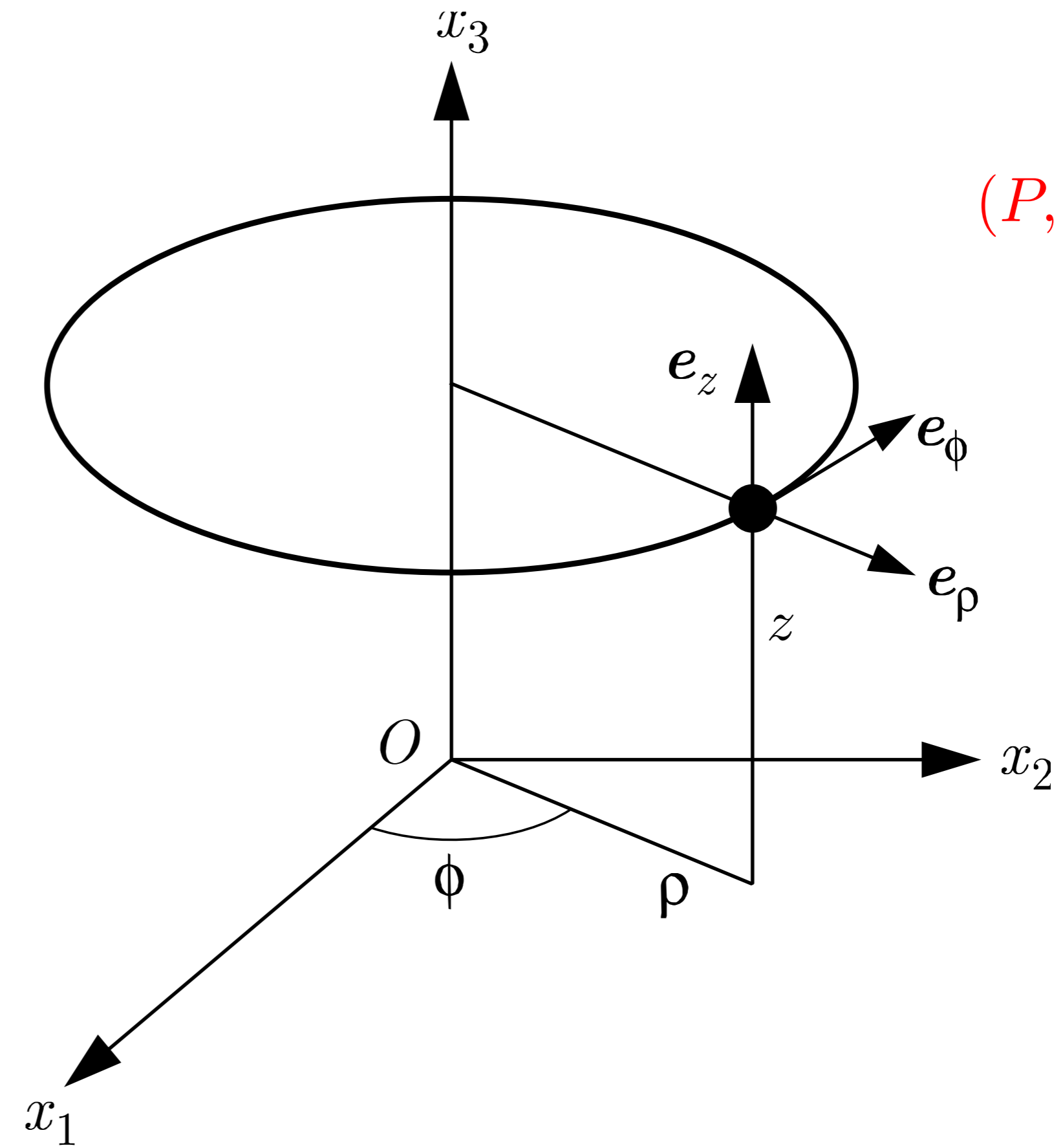
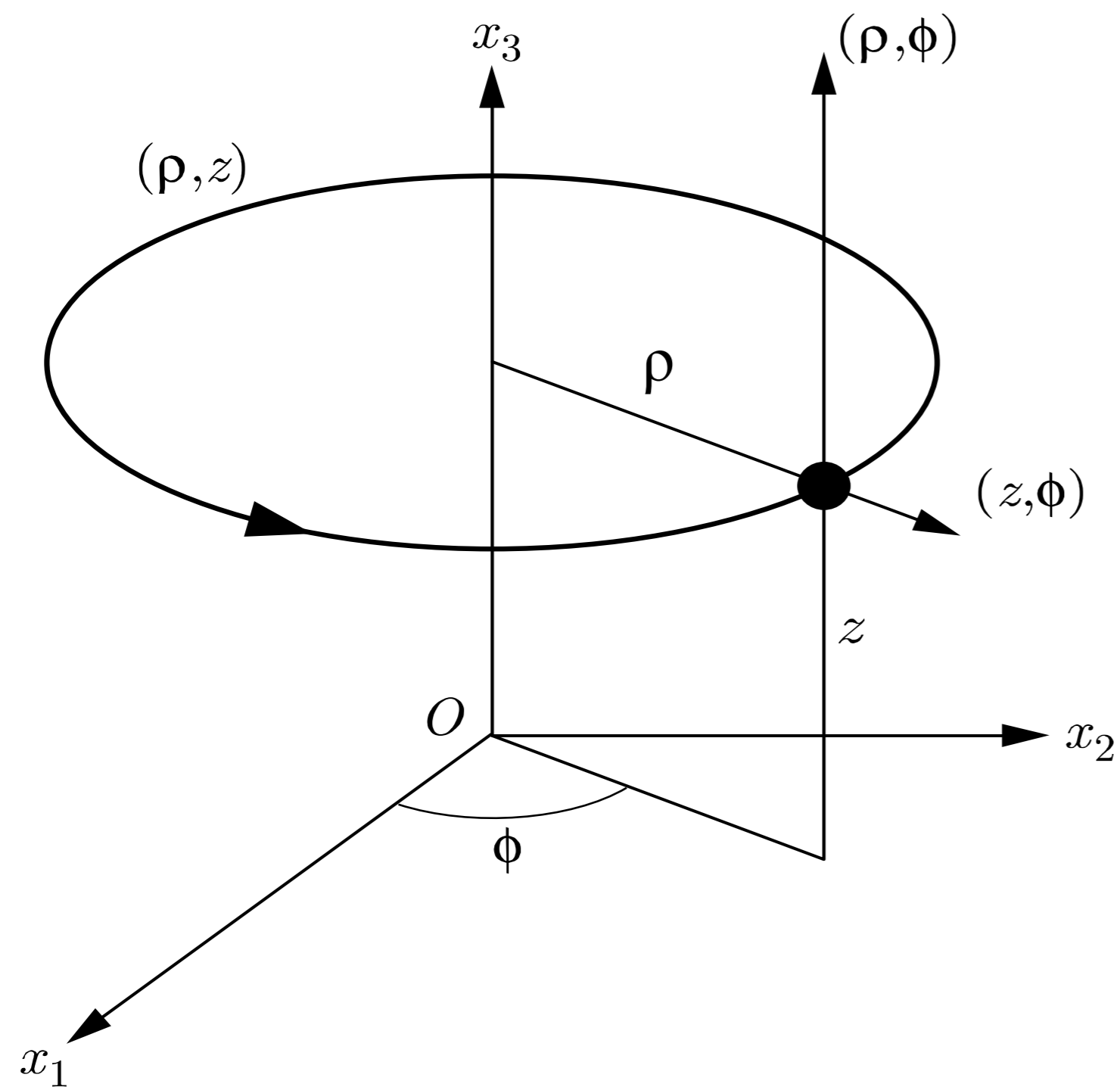
$$x_2 = r \sin \theta \sin \phi$$

$$x_3 = r \cos \theta$$

Définition : lignes de coordonnées (c. cylindriques)



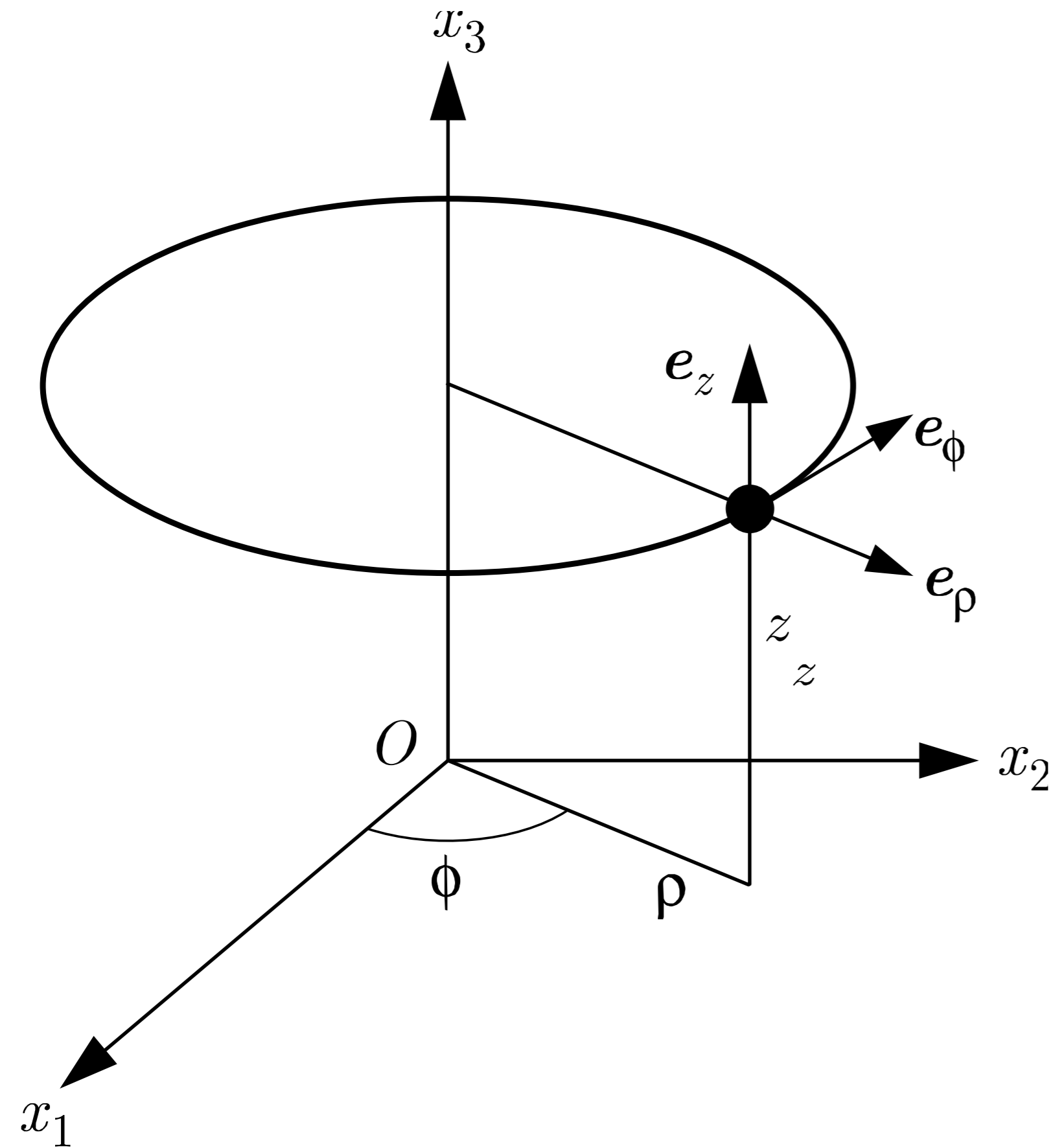
Définition : repère associé (c. cylindriques)



(P, e_ρ, e_ϕ, e_z)

$$\mathbf{r} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$

Coordonnées cartésiennes des vecteurs du repère



$$\hat{e}_\rho = \cos \phi \hat{x}_1 + \sin \phi \hat{x}_2$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin \phi \hat{x}_1 + \cos \phi \hat{x}_2$$

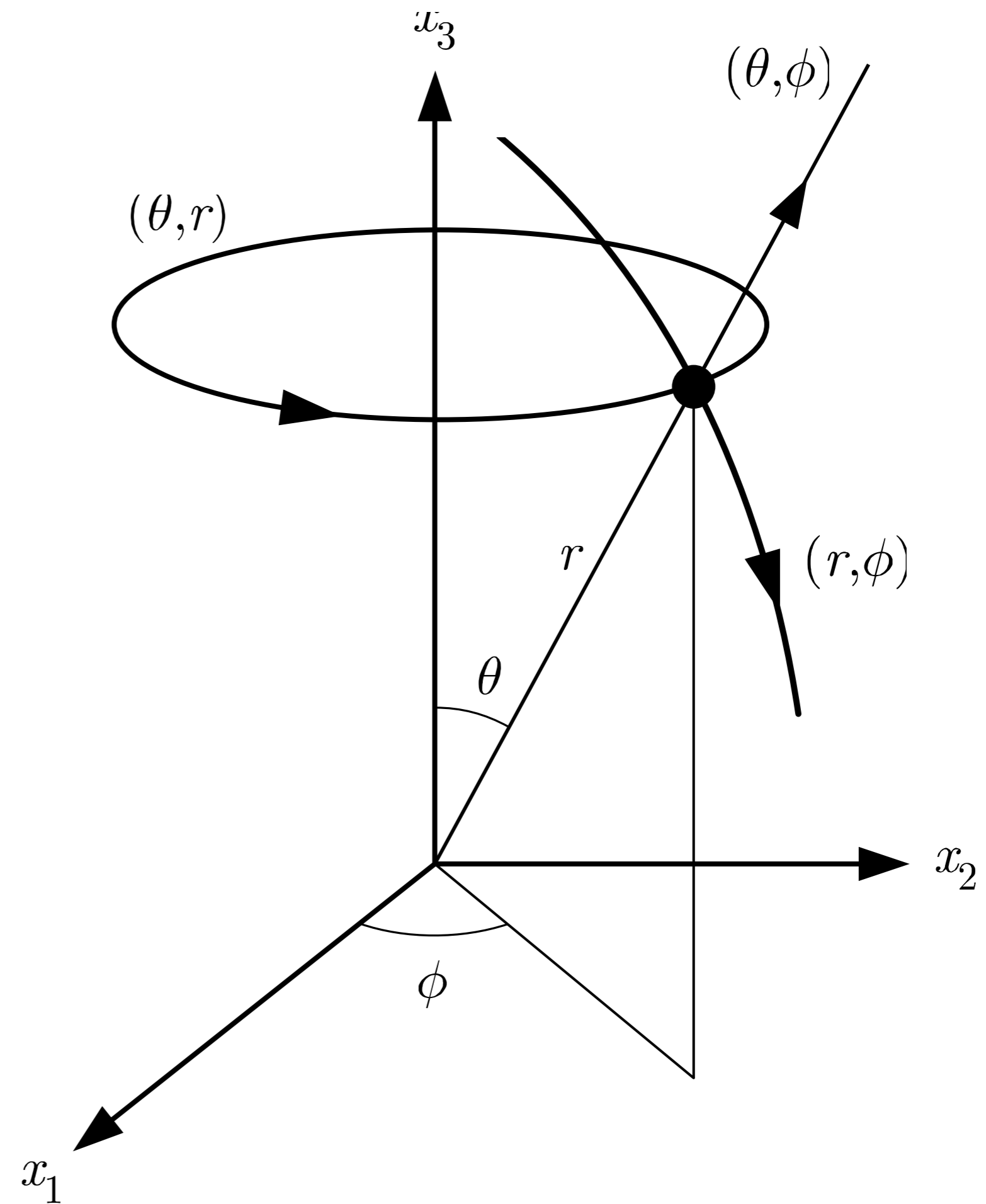
$$\hat{e}_z = \hat{x}_3$$

$$\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\phi = 0$$

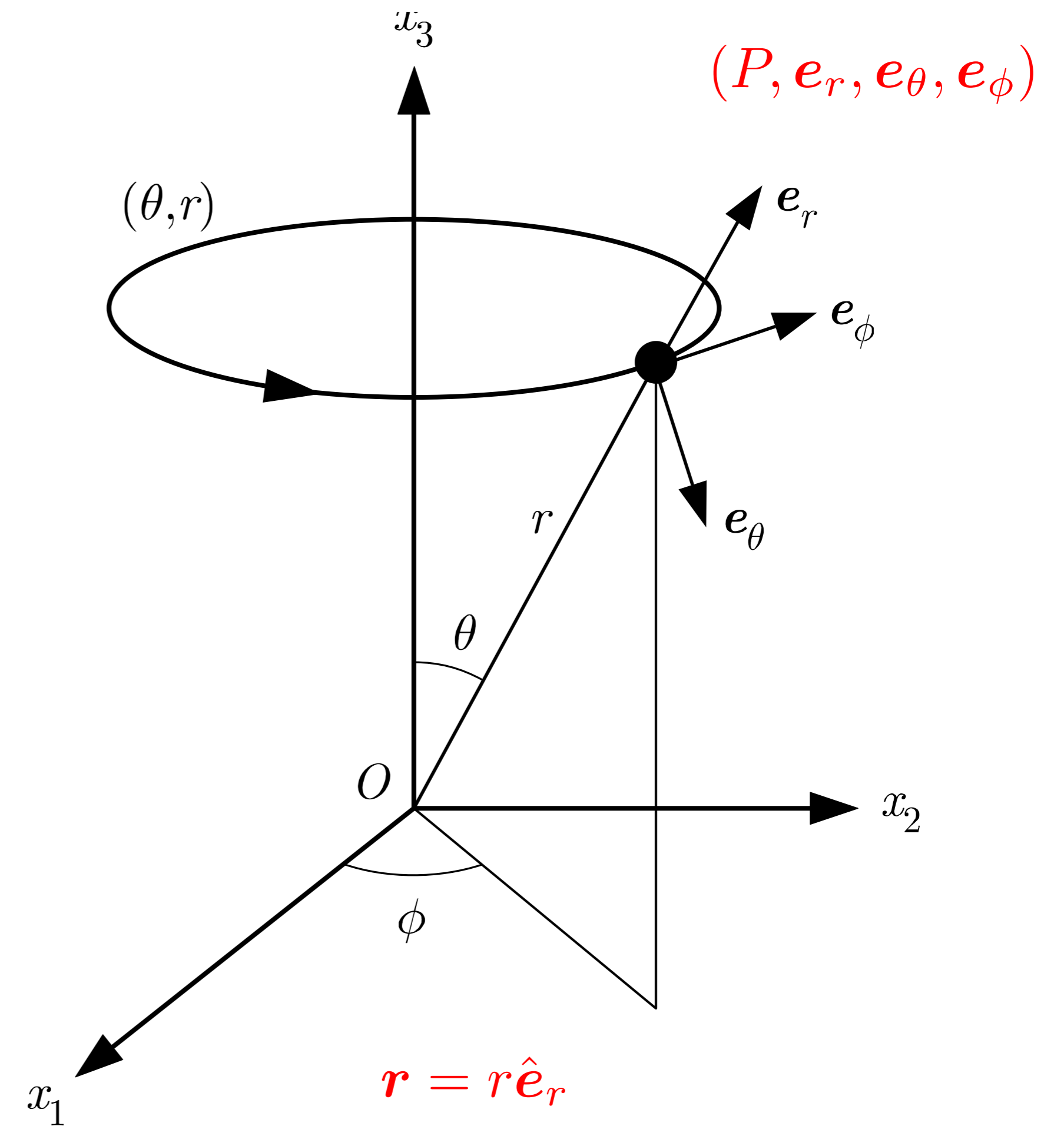
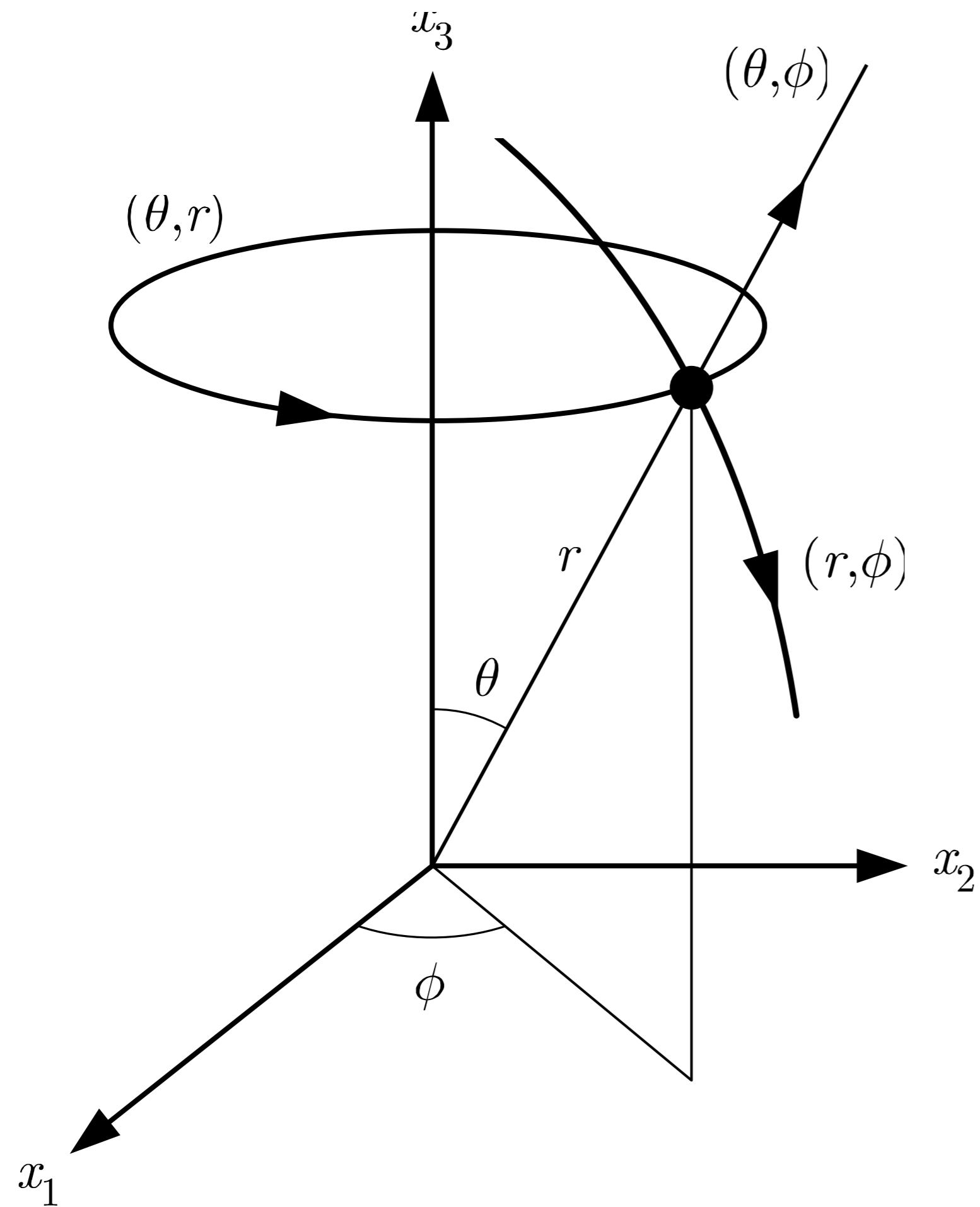
$$\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_z = 0$$

$$\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_z = 0$$

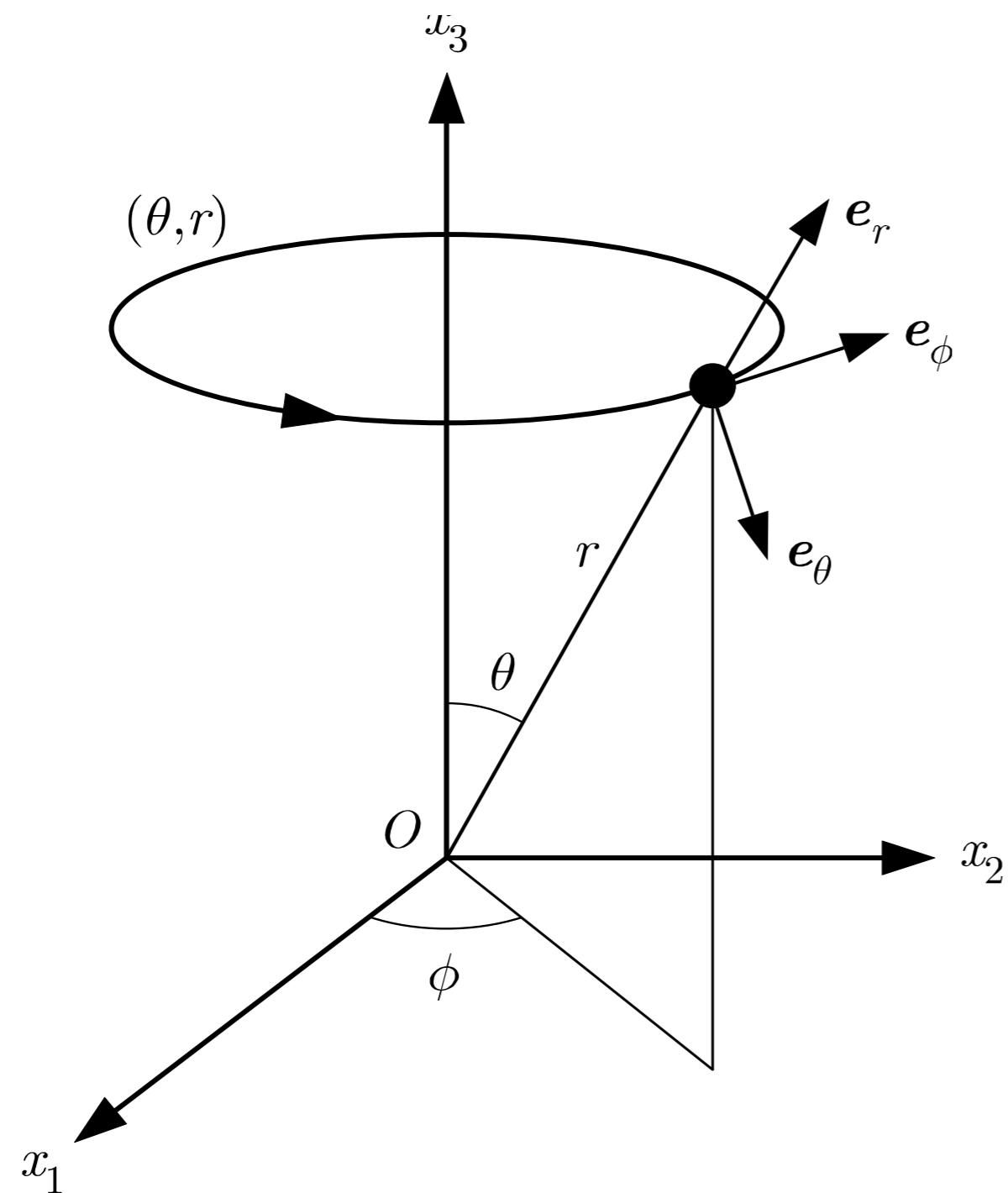
Définition : lignes de coordonnées (c. sphériques)



Définition : repère associé (c. sphériques)



Coordonnées cartésiennes des vecteurs du repère



$$\hat{e}_r = \sin \theta \cos \phi \hat{x}_1 + \sin \theta \sin \phi \hat{x}_2 + \cos \theta \hat{x}_3$$

$$\hat{e}_\theta = \cos \theta \cos \phi \hat{x}_1 + \cos \theta \sin \phi \hat{x}_2 - \sin \theta \hat{x}_3$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin \phi \hat{x}_1 + \cos \phi \hat{x}_2$$

$$\hat{e}_r \cdot \hat{e}_\theta = 0$$

$$\hat{e}_r \cdot \hat{e}_\phi = 0$$

$$\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_\theta = 0$$