ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Accélération en coord. cylindriques et sphériques

Mécanique, cours 7.3

Jean-Philippe Ansermet

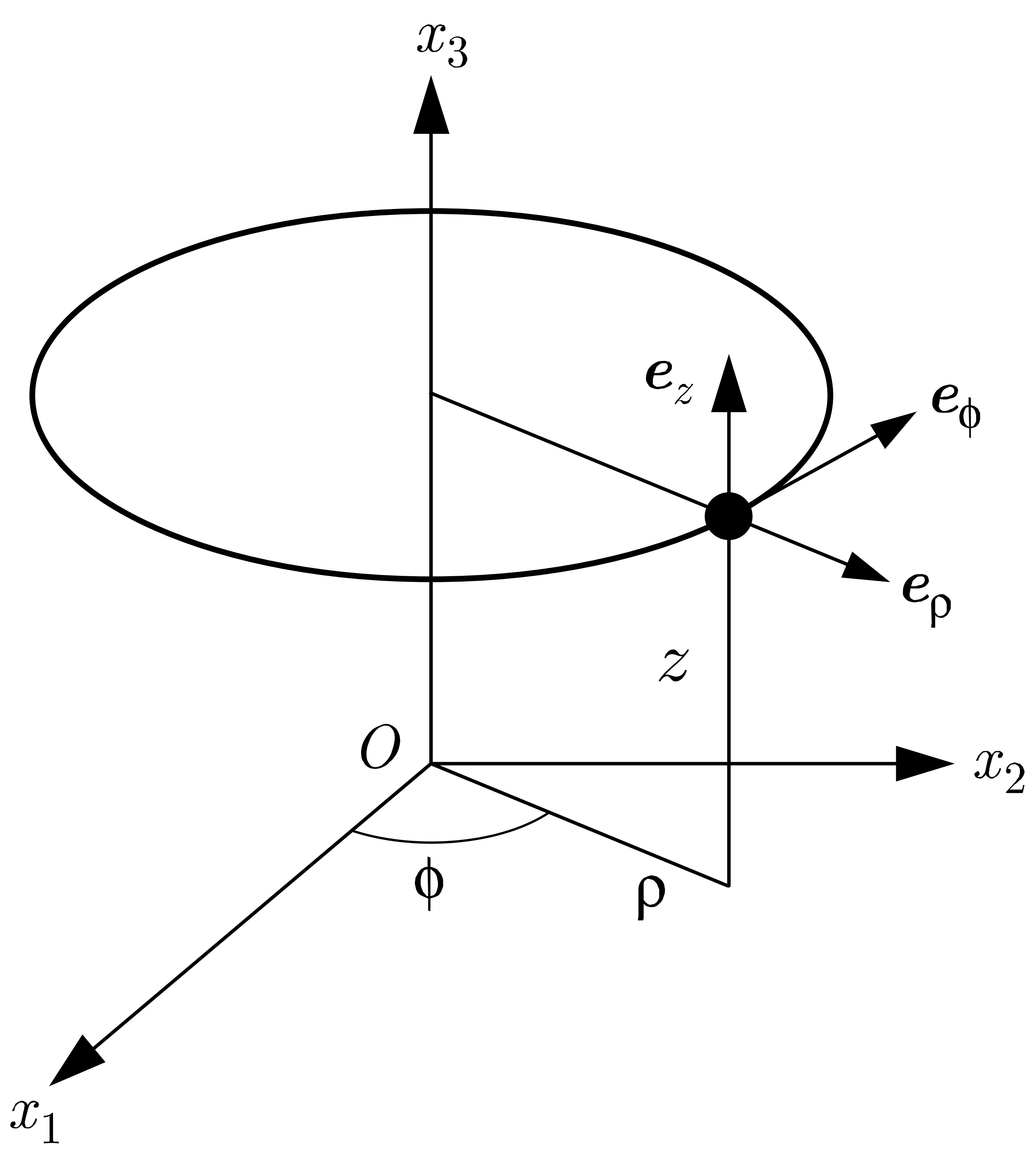
Accélération en coord. cylindriques et sphériques

Accélération en coord. cylindriques et sphériques

On dérive l'accélération en …

- coordonnées cylindriques
- coordonnées sphériques

Accélération projetée sur le repère, c. cylindriques



$$\boldsymbol{v} = \dot\rho \boldsymbol{e}_\rho + \rho\dot\phi \boldsymbol{e}_\phi + \dot z \boldsymbol{e}_z$$

$$\frac{d\boldsymbol{e}_\rho}{dt} = \dot\phi\, \boldsymbol{e}_\phi$$

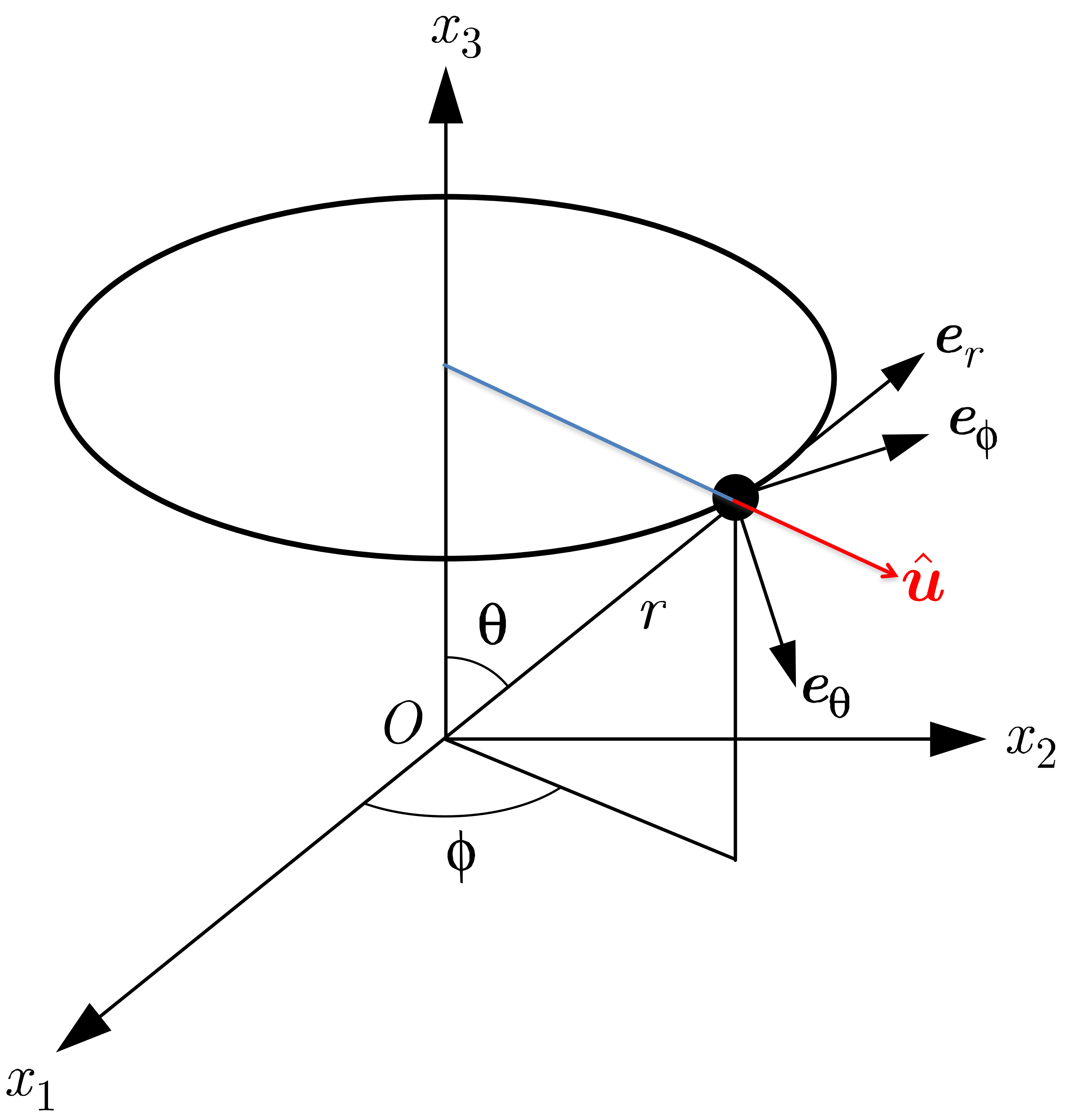
$$\frac{d\boldsymbol{e}_\phi}{dt} = -\dot\phi\, \boldsymbol{e}_\rho$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \ddot\rho \boldsymbol{e}_\rho + \rho\ddot\phi \boldsymbol{e}_\phi + \dot\rho\dot\phi \boldsymbol{e}_\phi + \ddot z \boldsymbol{e}_z$$

$$+\dot\rho\frac{d\boldsymbol{e}_\rho}{dt} + \rho\dot\phi\frac{d\boldsymbol{e}_\phi}{dt}$$

$$\boldsymbol{a} = \left(\ddot\rho - \rho\dot\phi^2\right)\boldsymbol{e}_\rho + \left(\rho\ddot\phi + 2\dot\rho\dot\phi\right)\boldsymbol{e}_\phi + \ddot z \boldsymbol{e}_z$$

Accélération projetée sur le repère, c. sphériques



$$\boldsymbol{v} = \dot{r}\boldsymbol{e}_r + r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\boldsymbol{e}_\phi$$

$$\frac{d\boldsymbol{e}_r}{dt} = \dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + \dot{\phi}\sin\theta\boldsymbol{e}_\phi$$

$$\frac{d\boldsymbol{e}_\phi}{dt} = -\dot{\phi}\hat{\boldsymbol{u}}$$

$$\hat{\boldsymbol{u}} = \sin\theta\boldsymbol{e}_r + \cos\theta\boldsymbol{e}_\theta$$

$$\frac{d\boldsymbol{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\boldsymbol{e}_r + \dot{\phi}\cos\theta\boldsymbol{e}_\phi$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \ddot{r}\boldsymbol{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + r\ddot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + \dot{r}\dot{\phi}\sin\theta\boldsymbol{e}_\phi + r\ddot{\phi}\sin\theta\boldsymbol{e}_\phi + r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta\boldsymbol{e}_\phi + \dot{r}\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_r + r\dot{\theta}\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_\phi$$

Vitesse et accélération, composantes

Coordonnées cylindriques :

$$\boldsymbol{v} = \dot{\rho}\boldsymbol{e}_\rho + \rho\dot{\phi}\boldsymbol{e}_\phi + \dot{z}\boldsymbol{e}_z$$

$$\boldsymbol{a} = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2\right)\boldsymbol{e}_\rho + \left(\rho\ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi}\right)\boldsymbol{e}_\phi + \ddot{z}\boldsymbol{e}_z$$

Coordonnées sphériques

$$\boldsymbol{v} = \dot{r}\boldsymbol{e}_r + r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\,\boldsymbol{e}_\phi$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\cos\theta\sin\theta$$

$$a_\phi = r\ddot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta$$